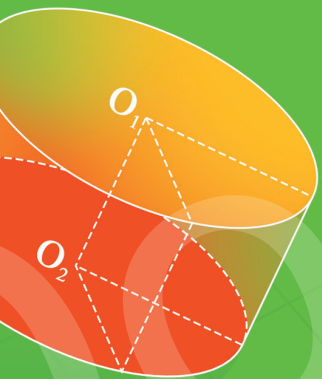


თინა ბექაური
ავთანდილ საგინაშვილი
გიორგი ბექაური

მათემატიკა

8

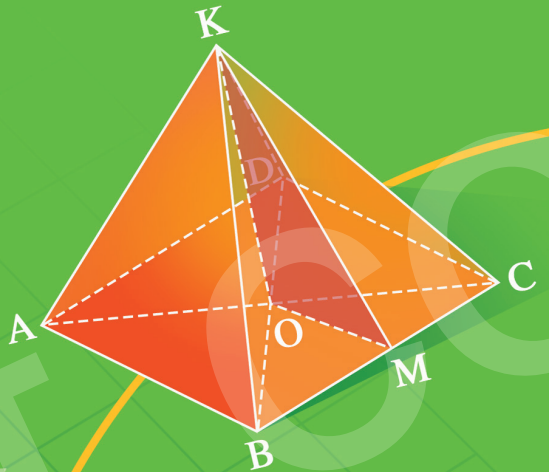


$$\begin{cases} 2x + 3y = 35 \\ 4x - 2y = 30 \end{cases}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$y = 2x$$

$$y = 0,25x$$



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x \in [a; b]$$

ნაწილი

2

სარჩევი

II ნაწილი

თავი 5. პითაგორას თეორემა	7
5.1 კვადრატული ფესვი	8
5.2 არითმეტიკული კვადრატული ფესვი	13
5.3 პითაგორას თეორემა	20
5.4 ირაციონალური რიცხვები	26
5.5 სივრცითი ფიგურები	30
5.6 მოცულობა	36
5.7 კუბური ფესვი	39
5.8 მახვილი კუთხის სინუსი, კოსინუსი, ტანგენსი	42
მეხუთე თავის მიმოხილვა	47
ტესტი №5	50
თავი 6. წრფივ განტოლებათა სისტემა	53
6.1 წრფივი დამოკიდებულება და მისი გრაფიკი	54
6.2 წრფივი ორუცნობიანი განტოლება	60
6.3 წრფივ ორუცნობიან განტოლებათა სისტემა და მისი გრაფიკული ამოხსნა	63
6.4 განტოლებათა სისტემის ამოხსნა ჩასმის ხერხით	67
6.5 განტოლებათა სისტემის ამოხსნა შეკრების ხერხით	70
6.6 ამოცანების ამოხსნა წრფივ განტოლებათა სისტემის გამოყენებით	74
6.7 წრფივი უტოლობა	77
6.8 რიცხვითი შუალედების გაერთიანება და თანაკვეთა	82
მეექვსე თავის მიმოხილვა	85
ტესტი №6	89
თავი 7. სტატისტიკა და ალბათობა	91
7.1 მონაცემთა შეგროვების საშუალებები	92
7.2 მონაცემთა სტატისტიკური მახასიათებლები	97
7.3 მონაცემთა გრაფიკული წარმოდგენა	101
7.4 შემთხვევითი მოვლენები	106
7.5 ხდომილობები	110
7.6 სიხშირე	113
7.7 ალბათობა	118
მეშვიდე თავის მიმოხილვა	123
ტესტი №7	126
საგნობრივი საძიებელი	132
საცნობარო მასალა	133
პასუხები	134

სახელმძღვანელოში გამოყენებული პირობითი ნიშნები და რუბრიკები

პირობითი ნიშნები



– პარაგრაფის თემასთან დაკავშირებული სტანდარტული დავალებები



– პარაგრაფის თემასთან დაკავშირებული არასტანდარტული (მაღალი კოგნიტური დონის) დავალებები



– განვლილი მასალის გასამეორებელი დავალებები



– დავალებები, რომელთა შესრულება ინფორმაციულ-საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების გამოყენებას საჭიროებს

რუბრიკები

ეს საინტერესოა! – ისტორიული და შემეცნებითი შინაარსის ინფორმაცია

შესაძლებელია თუ არა?

აბა, სცადე!

} კვლევითი ხასიათის დავალებები

ჯგუფური სამუშაო

წყვილებში სამუშაო

} დავალებები, რომელთაც მოსწავლეთა ჯგუფები ან წყვილები ასრულებენ კლასში.

5.3 პითაგორას თეორემა



1. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზასა და კათეტებს შორის დამოკიდებულების დადგენა;
2. მართი კუთხის აგება პითაგორას რიცხვების გამოყენებით;
3. ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულის დადგენა;
4. პითაგორას თეორემის გამოყენება პრაქტიკული ამოცანების ამოსახსნელად.

ამოცანა 1. კვადრატში, რომლის გვერდის სიგრძეა $a+b$, ჩახაზულია c გვერდის მქონე კვადრატი ისე, როგორც პირველ ნახაზზეა ნაჩვენები. დავამტკიცოთ ტოლობა: $c^2 = a^2 + b^2$.

ამოხსნა: ნახაზზე ოთხი ტოლი მართკუთხა სამკუთხედი a და b კათეტებითა და c ჰიპოტენუზით განლაგებულია ისე, რომ მათი გვერდები ქმნიდნენ ორ კვადრატს. დიდი კვადრატის გვერდის სიგრძეა $a+b$, მცირე კვადრატის – c . ნახაზიდან ნათლად ჩანს, რომ მცირე კვადრატის ფართობი უდრის დიდი კვადრატის ფართობისა და ოთხივე სამკუთხედის ფართობის სხვაობას: $c^2 = (a+b)^2 - 4 \cdot \frac{ab}{2}$.

$$\text{მეორე მხრივ, } a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2.$$

მაშასადამე,

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

დავაკვირდეთ ჩვენ მიერ მიღებულ ტოლობას: $c^2 = a^2 + b^2$ და დავუკავშიროთ იგი ნახაზს. დავინახავთ, რომ a და b მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია, ხოლო c – ჰიპოტენუზა. აღნიშნული ტოლობა გამოსახავს მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზასა და კათეტებს შორის დამოკიდებულებას. ეს დამოკიდებულება პითაგორას თეორემის სახელითაა ცნობილი:

თეორემა: მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზის კვადრატი კათეტების კვადრატების ჯამის ტოლია.

ამოცანა 2. ვიპოვოთ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ მისი კათეტების სიგრძეა 3სმ და 4სმ.

ამოხსნა: პითაგორას თეორემის თანახმად, $c^2 = a^2 + b^2$. აქედან,

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ჩავსვათ მოცემული სამკუთხედისათვის a -ს და b -ს რიცხვითი მნიშვნელობები, მივიღებთ:

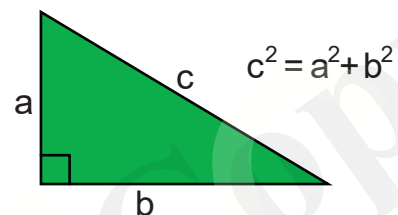
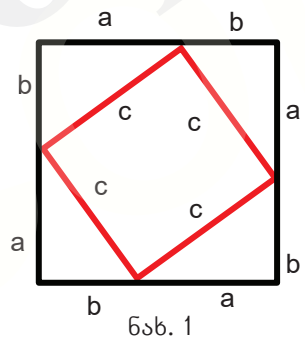
$$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 (\text{სმ})$$

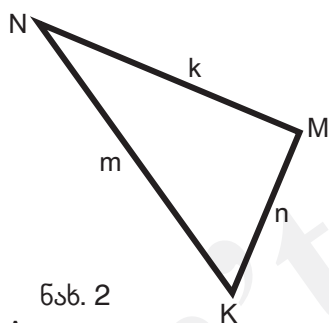
პასუხი: ჰიპოტენუზის სიგრძეა 5სმ.

მართებულია პითაგორას თეორემის შებრუნებული თეორემაც:

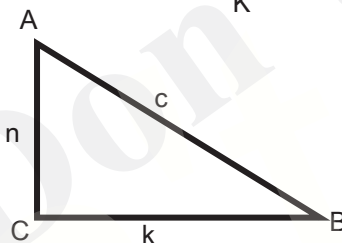
თეორემა: თუ სამკუთხედში რომელიმე გვერდის სიგრძის კვადრატი დანარჩენი ორი გვერდის სიგრძეთა კვადრატების ჯამის ტოლია, მაშინ ეს სამკუთხედი მართკუთხაა.

დამტკიცება: ვთქვათ, MNK სამკუთხედში (ნახ. 2) $m^2 = n^2 + k^2$. დავამტკიცოთ, რომ $\angle M = 90^\circ$.





ნახ. 2



ნახ. 3

ავაგოთ k და n სიგრძის კათეტების მქონე ABC მართკუთხა სამკუთხედი (ნახ. 3). პითაგორას თეორემის თანახმად,

$$c^2 = n^2 + k^2.$$

ამ ტოლობიდან კი ვასკენით, რომ
 $c^2 = m^2$, ანუ $c = m$.

მივიღეთ, რომ ABC და MNK სამკუთხედებს ტოლი სიგრძის გვერდები აქვთ, ამიტომ ეს სამკუთხედები ტოლია. ტოლ სამკუთხედებში ტოლი გვერდების მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია, ე.ი. $\angle M = \angle C = 90^\circ$.

შედეგი: თუ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები 3, 4 და 5 ერთეულის ტოლია, მაშინ ეს სამკუთხედი მართკუთხაა.

აღვნიშნოთ, რომ ამ შედეგს მართი კუთხის ასაგებად ეგვიპტელები ჯერ კიდევ ჩვენს წელთაღრიცხვამდე 2000 წლის წინ იყენებდნენ. ისინი 12 ტოლ ნაწილად დაყოფილ თოკს ისე ჭიმავდნენ, რომ 3, 4 და 5 ნაწილის სიგრძის გვერდების მქონე

სამკუთხედი მიეღოთ (ნახ. 4). ცხადია, იმ გვერდის პირდაპირ, რომელიც 5 ნაწილისაგან შედგება, მიიღება მართი კუთხე.

ნატურალური რიცხვების ისეთ a , b , c სამეულს, რომლისთვისაც შესრულებულია $c^2 = a^2 + b^2$ ტოლობა, **პითაგორას სამეული** ეწოდება. ასეთი სამეულებია, მაგალითად:

ა) 3, 4, 5; ბ) 5, 12, 13; გ) 7, 24, 25 (შეამოწმე).

ამოცანა 3. გამოვთვალოთ მანძილი $A(1;3)$ და $B(5;2)$ წერტილებს შორის.

ამოხსნა: საკოორდინატო სისტემაზე მოვნიშნოთ $A(1;3)$, $B(5;2)$ წერტილები და შევაერთოთ მონაკვეთით (ნახ. 5).

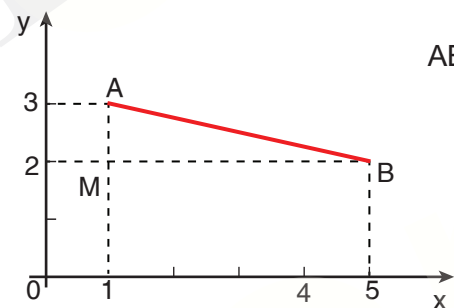
სამკუთხედი ABM მართკუთხაა და საძიებელი მონაკვეთი მისი ჰიპოტენუზაა, ამასთან, $AM=1$, $BM=4$.

პითაგორას თეორემით: $AB^2 = AM^2 + BM^2$,
 ამიტომ $AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$.

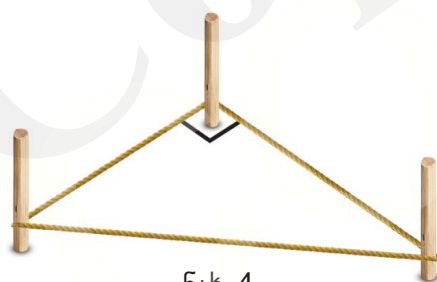
პასუხი: მანძილი $A(1;3)$ და $B(5;2)$ წერტილებს შორის $\sqrt{17}$ -ის ტოლია.

ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება დავამტკიცოთ, რომ ნებისმიერ $A(x_1; y_1)$ და $B(x_2; y_2)$ წერტილებს შორის მანძილი გამოითვლება ფორმულით:

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$



ნახ. 5



ნახ. 4

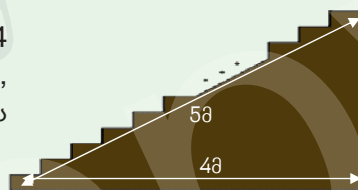
უპასუხე კითხვებს:

1. რაში მდგომარეობს პითაგორას თეორემა?
2. როგორ ჩამოყალიბდება პითაგორას თეორემა და მისი შებრუნებული თეორემა ერთი თეორემის სახით „მაშინ და მხოლოდ მაშინ“ სიტყვების გამოყენებით?
3. შესაძლებელია თუ არა, ბლაგვკუთხა სამკუთხედში უდიდესი გვერდის სიგრძის კვადრატი უდრიდეს დანარჩენი გვერდების სიგრძეთა კვადრატების ჯამს?
4. როგორ სამკუთხედში იქნება უდიდესი გვერდის სიგრძის კვადრატი დანარჩენი გვერდების სიგრძეთა კვადრატების ჯამზე მეტი? ნაკლები?
5. რა ფაქტს ეყრდნობოდნენ ეგვიპტელები მართი კუთხის აგებისას?
6. რა სახეს მიიღებს ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა იმ შემთხვევაში, როცა წერტილების აბსცისები (ორდინატები) ტოლია?

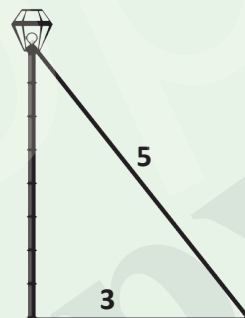
სავარჯიშოები

- 1 მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 24სმ და 7სმ. გამოთვალე ჰიპოტენუზის სიგრძე.
- 2 გამოთვალე მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე, თუ მართკუთხედის სიგრძეა 12სმ, ხოლო სიგანე – 9სმ.
- 3 მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძეა 25სმ, ხოლო ერთი კათეტის – 7სმ. გამოთვალე მეორე კათეტის სიგრძე.
- 4 მართკუთხედის სიგრძეა 15 მ, ხოლო დიაგონალის –17 მ. რას უდრის მართკუთხედის სიგანე?
- 5 მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 10სმ, ხოლო ერთი გვერდის – 6სმ. გამოთვალე მართკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე.
- 6 რას უდრის მართკუთხედის ფორმის მიწის ნაკვეთის ფართობი, თუ მისი სიგანეა 20 მ, ხოლო დიაგონალის სიგრძე – 29 მ?
- 7 მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 12სმ და 16სმ. გამოთვალე ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.
- 8 მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეების შეფარდებაა 5:12, ხოლო ჰიპოტენუზის სიგრძე – 39სმ. გამოთვალე ამ სამკუთხედის ფართობი.
- 9 ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 13 დმ და 21დმ, ხოლო ფერდის სიგრძე – 5 დმ. გამოთვალე ამ ტრაპეციის ფართობი.
- 10 რომბის დიაგონალების სიგრძეებია 6სმ და 8სმ. გამოთვალე რომბის გვერდი და სიმაღლე.

- 11 კიბის ძირი, საიდანაც საფეხურები იწყება, კედლიდან 4 მეტრითაა დაშორებული. კიბის სიგრძეა 5 მ. გარკვევით, რამდენი საფეხური აქვს კიბეს, თუ თითო საფეხურის სიმაღლეა 15 სმ.



- 12 რა სიმაღლეზეა ნათურა, თუ 5 მ სიგრძის კიბის ფუძე ნათურის ბოძის ფუძიდან 3 მ-ით არის დაშორებული?



- 13 მართკუთხედის ფორმის სკვერის სიგრძეა 12 მ, სიგანე – 9 მ. რა სიგრძისაა გზა, რომელიც სკვერის ერთი კუთხიდან მოპირდაპირე კუთხისაკენ სწორხაზოვნადაა მიმართული?

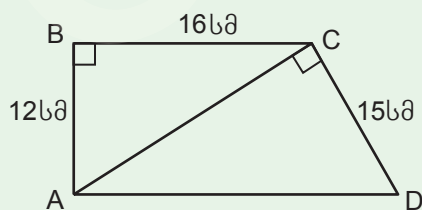
- 14 მართკუთხედის ფორმის სკვერის სიგრძეა 8 მ, სიგანე – 6 მ. სკვერის კუთხიდან რა მანძილზეა დადგმული საათი, რომელიც სკვერის კუთხეების დამაკავშირებელი სწორხაზოვანი გზების გადაკვეთაზეა?

- 15 ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე დაშვებული სიმაღლე 6 სმ-ის, ხოლო ფუძე 16 სმ-ის ტოლია. გამოთვალე სამკუთხედის პერიმეტრი.

- 16 ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე 8 სმ-ის, პერიმეტრი კი 18 სმ-ის ტოლია. გამოთვალე ფუძის მედიანის სიგრძე.

- 17 ტელევიზორის ეკრანის დიაგონალის სიგრძეა 50 სმ. გამოთვალე ტელევიზორის ეკრანის სიგრძე და სიგანე, თუ მათი შეფარდებაა 3:4.

- 18 გამოთვალე AD მონაკვეთის სიგრძე ნახაზის მიხედვით.



- 19 პითაგორას თეორემის გამოყენებით დაამტკიცე, რომ თუ a და b დადებითი რიცხვებია, მაშინ $\sqrt{a^2 + b^2} < a + b$.

- 20 გამოთვალე მანძილი A და B წერტილებს შორის, თუ ცნობილია მათი კოორდინატები:
 ა) A(1; 8), B(7; 0); ბ) A(1; 3), B(13; 8);
 გ) A(80; 54), B(83; 50); დ) A(-3; -4), B(-10; 20).

- 21 წრეწირის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია, ხოლო წრეწირზე მდებარე A წერტილის კოორდინატებია (3; 4). იპოვე წრეწირის რადიუსის სიგრძე.

- 22 გამოთვალე იმ მართკუთხედის ფართობი, რომელიც შედგენილია საკოორდინატო ღერძებითა და A(-3; 2) წერტილიდან საკოორდინატო ღერძებზე დაშვებული მართობებით.

- 23 გამოთვალე მართკუთხედის პერიმეტრი, რომლის წვეროების კოორდინატებია: (-4; 3), (3; 3) და (3; -2).

24 უსაფრთხოების დაცვის მიზნით ტურისტული ჯგუფი მითითებებს მკაცრად იცავდა და ბანაკიდან დასავლეთის მიმართულებით 1,6 კმ გაიარა, შემდეგ ჩრდილოეთით – 3,2 კმ. ამის შემდეგ ჯგუფმა გზა აღმოსავლეთის მიმართულებით გააგრძელა და გზად ბანაკიდან 6,4 კმ-ის დაშორებით, სასტუმროში გაჩერდა ღამის გასათევად. რამდენი კმ გაიარა ჯგუფმა აღმოსავლეთის მიმართულებით?



25 სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 13 სმ, 14 სმ და 15 სმ. გამოთვალე:
 ა) 14 სმ სიგრძის გვერდზე დაშვებული სიმაღლე;
 ბ) სამკუთხედის ფართობი.

26 ბუდიდან ორი ჭიანჭველა ამოვიდა. ერთი ჭიანჭველა 3 მ/წთ სიჩქარით ჩრდილოეთისკენ გაემართა, ხოლო მეორე – 4 მ/წთ სიჩქარით დასავლეთისკენ. რა მანძილი იქნება ჭიანჭველებს შორის t წთ-ის შემდეგ, თუ ჭიანჭველები მიმართულებას და სიჩქარეს არ შეცვლიან?



27 ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე 8 სმ-ია, ხოლო ფერდის მედიანის სიგრძე – 5 სმ. გამოთვალე სამკუთხედის ფართობი.

28 რომბის ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული მართობი მოპირდაპირე გვერდს შუაზე ყოფს. რომბის მცირე დიაგონალი 24 სმ-ის ტოლია. გამოთვალე:
 ა) რომბის კუთხეები;
 ბ) რომბის ფართობი.

29 4 ჰა-ზე, საშუალოდ, 1,56 ტ ბამბა მოდის. 39 კგ ბამბა 30 კგ ძაფს იძლევა. 15 კგ ძაფისაგან 150 კვ.მ ქსოვილი იქსოვება. ფაბრიკამ წელიწადში 600 000 კვ.მ ბამბის ქსოვილი უნდა გამოუშვას. რამდენ ჰექტარზე უნდა დაითესოს ბამბა ფაბრიკისათვის?

30 მართკუთხედის ყველა გვერდი დააგრძელეს 20-20%-ით. რამდენი პროცენტით გადიდდა მართკუთხედის პერიმეტრი? ფართობი?

31 რამდენი ელემენტისაგან შედგება:
 ა) 6-ის ჯერადი ორნიშნა რიცხვების სიმრავლე?
 ბ) 5-ის ჯერადი სამნიშნა რიცხვების სიმრავლე?

32 რომელი რიცხვითი სიმრავლის ქვესიმრავლეა:
 ა) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე? ბ) მთელ რიცხვთა სიმრავლე?
 პასუხი ჩაწერე შესაბამისი სიმბოლოებით.

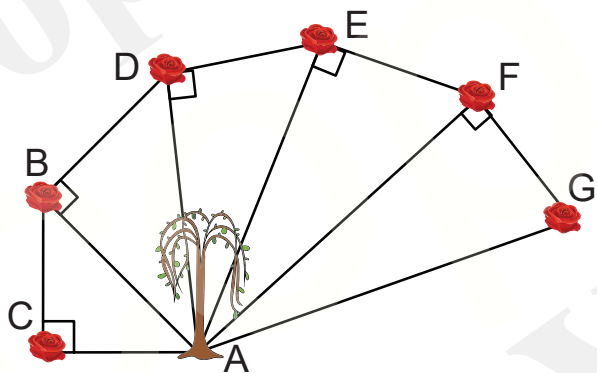
33 რიცხვთა რომელ სიმრავლეს ეკუთვნის: $\frac{3}{4}$? -6 ? $3,(5)$? $5,3(44)$?

ჯგუფური სამუშაო

1

ნახაზზე მოცემულია სკვერის გეგმის ნაწილი. A წერტილში ტირიფის ხეა დარგული, ხოლო C, B, D, E, F და G წერტილებში ვარდის ბუჩქებია დარგული.

$AC=BC=BD=DE=EF=FG=1$ მ,
 $\angle C=\angle B=\angle D=\angle E=\angle F=\angle G=90^\circ$.



ა) გამოთვალეთ AB, AD, AE, AF, AG მანძილები;

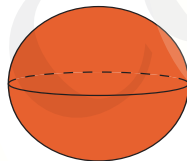
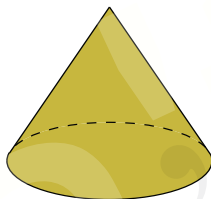
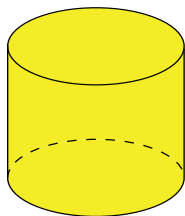
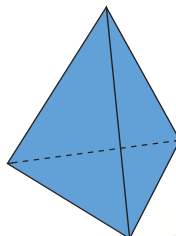
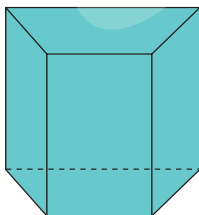
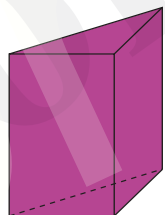
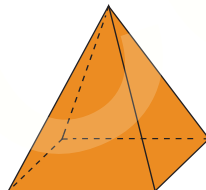
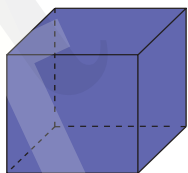
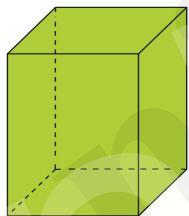
ბ) ნახაზი გადაიხაზეთ რვეულში და დაამატეთ ისეთი დეტალები, რომ მიიღოთ მონაკვეთი, რომლის სიგრძე იქნება $\sqrt{8}$ მ.

გ) თუ ამ ფიგურის ხაზვას იმავე კანონზომიერებით გააგრძელებთ, შესაძლებელია $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ მ, $\sqrt{17}$ მ სიგრძის მონაკვეთების მიღება.

დ) მოიფიქრეთ მთელი მნიშვნელობის სიგრძის მქონე კატეტებიანი მართკუთხა სამკუთხედები, რომელთა ჰიპოტენუზების სიგრძე იქნება: ა) $\sqrt{10}$ მ, ბ) $\sqrt{13}$ მ, გ) $\sqrt{17}$ მ.

2

დაასახელეთ ნახაზზე მოცემული ფიგურები.



შესაძლებელია თუ არა?

ოთხკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძის კვადრატი დანარჩენი სამი გვერდის სიგრძეთა კვადრატების ჯამს უდრიდეს?

6.4 განტოლებათა სისტემის ამოხსნა ჩასმის ხერხით



ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემის ჩასმის ხერხით ამოხსნის ალგორითმის გაცნობა და მისი გამოყენება.

ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გრაფიკული მეთოდი, რომელიც წინა პარაგრაფში განვიხილეთ, პრაქტიკულად ძნელი განსახორციელებელია, პასუხის სიზუსტეც ყოველთვის არაა დამაკმაყოფილებელი. ამ პარაგრაფში შეისწავლი განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ალგებრულ მეთოდს – ჩასმის ხერხს.

მაგალითი 1. ამოვხსნათ სისტემა
$$\begin{cases} 8x + 3y = 100, \\ y - x = 4. \end{cases}$$

ამოხსნა: მოცემული სისტემის რომელიმე განტოლებიდან ერთ-ერთი უცნობი გამოვსახოთ მეორე უცნობის საშუალებით და მიღებული გამოსახულება ჩავსვათ მეორე განტოლებაში (მოცემული სისტემის შემთხვევაში უცნობის გამოსახვა $y - x = 4$ განტოლებიდან უფრო ადვილია, ვიდრე $8x + 3y = 100$ -დან):

$$\begin{cases} 8x + 3y = 100, \\ y - x = 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 3y = 100, \\ y = x + 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 3(x + 4) = 100, \\ y = x + 4. \end{cases}$$

მიღებული განტოლებათა სისტემა საწყისი სისტემის ტოლფასია, ამასთან ჩასმის შედეგად მიღებული ზედა განტოლება ერთუცნობიანია. მისი ამოხსნით მივიღებთ $x = 8$. თუ x -ის ამ მნიშვნელობას შევიტანთ მეორე განტოლებაში, მივიღებთ $y = 8 + 4 = 12$.

პასუხი: $(8; 12)$.

მაგალითი 2. ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა
$$\begin{cases} 2x + \frac{3y}{2} = 0, \\ \frac{2x}{3} = \frac{x+y}{2} - 2,5. \end{cases}$$

ამოხსნა: შევასრულოთ იგივეური გარდაქმნები და გამოვიყენოთ სისტემის ჩასმის ხერხით ამოხსნის მეთოდი. მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + \frac{3y}{2} = 0, \\ \frac{2x}{3} = \frac{x+y}{2} - 2,5. \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 0, \\ 4x = 3x + 3y - 15. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 0, \\ x = 3y - 15. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(3y - 15) + 3y = 0, \\ x = 3y - 15. \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 15y - 60 = 0, \\ x = 3y - 15. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 4 = 0, \\ x = 3y - 15. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4, \\ x = 3 \times 4 - 15. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4, \\ x = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

პასუხი: $(-3; 4)$

ჩამოვყალიბოთ სისტემის ჩასმის ხერხით ამოხსნის ალგორითმი:

- I. ერთ-ერთი განტოლებიდან ერთი უცნობი გამოვსახოთ მეორე უცნობის საშუალებით;
- II. მიღებული გამოსახულება ჩავსვათ მეორე განტოლებაში;
- III. ამოვხსნათ მიღებული ერთუცნობიანი განტოლება;
- IV. უცნობის ნაპოვნი მნიშვნელობა ჩავსვათ მეორე უცნობის გამოსათვლელ გამოსახულებაში და ვიპოვოთ მეორე უცნობი;
- V. დაწვეროთ პასუხი.

უპასუხე კითხვებს:

1. როგორ ამოხსნი ორუცნობიანი ორი განტოლების სისტემას ჩასმის ხერხით?
2. როგორ უნდა დარწმუნდე განტოლებათა სისტემის ამოხსნის სისწორეში?

სავარჯიშოები

ამოხსნი სისტემა ჩასმის ხერხით: №1-12:

- 1 ა) $\begin{cases} x = 2 + y, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} x = 3 + 2y, \\ 5x + y = 4. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 5x - 4y = 8. \end{cases}$; დ) $\begin{cases} y = 2 - 4x, \\ 8x + 3y = 5. \end{cases}$
- 2 ა) $\begin{cases} x - 3y = 12, \\ 2x + 4y = 90. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} x + 5y = 7, \\ 3x - 2y = 4. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} x + 2y = 11, \\ 5x - 3y = 3. \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 5x + 2y = 23. \end{cases}$
- 3 ა) $\begin{cases} 9x - 8y = 69, \\ 7x + 9y = 8. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 2x + 5y = 15, \\ 3x + 8y = -1. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 2x + 3y = -4, \\ 5x + 6y = -7. \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 4x - 5y = 3. \end{cases}$
- 4 ა) $\begin{cases} 7x - 5 = 16y, \\ \frac{7x - 5}{2} + 9y = 17. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 3(x - 1) = 4y + 1, \\ 5(y - 1) = x + 1. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 4(x + 2) = 1 - 5y, \\ 3(y + 2) = 3 - 2x. \end{cases}$
- 5 ა) $\begin{cases} \frac{2a}{9} + \frac{b}{4} = 11, \\ \frac{5a}{12} + \frac{b}{3} = 19. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} \frac{5a}{9} + \frac{b}{5} = -4, \\ \frac{a}{3} + \frac{b}{6} = \frac{1}{6}. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 0,5x = 0,9y, \\ 18x - 3y = 28. \end{cases}$; დ) $\begin{cases} \frac{x}{2} - 3y = 2, \\ 14y = x. \end{cases}$
- 6 ა) $\begin{cases} x:3 = y:2, \\ 2x + 3y = 24. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 15x - 16y = 24, \\ 3x = 4y. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} \frac{a}{2} - \frac{b}{3} = 1, \\ \frac{a}{4} + \frac{2b}{3} = 8. \end{cases}$; დ) $\begin{cases} \frac{a}{4} + \frac{b}{4} = 2, \\ \frac{a}{6} + \frac{b}{3} = 2. \end{cases}$
- 7 ა) $\begin{cases} 3x = y, \\ 6x - 2y = 3. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} x + y = 6, \\ 2x = 1 - 2y. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x = 1 + 2y. \end{cases}$; დ) $\begin{cases} y - x = 0, \\ 2x - 2y = \frac{1}{2}. \end{cases}$
- 8 ა) $\begin{cases} y = 2x, \\ 4x + 5y = 28. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 2u - v = 3, \\ 7u + 3v = 4. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} a = 3b, \\ 5a + 3b = 34. \end{cases}$;
დ) $\begin{cases} 3p - q = 2, \\ 5p - 3q = -6. \end{cases}$; ე) $\begin{cases} k - 5t = 0, \\ 2k + 3t = 26. \end{cases}$; ვ) $\begin{cases} 2k - t = 10, \\ 12k + 3t = 30. \end{cases}$
- 9 ა) $\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x + 2y = 8. \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 2x + 3y = 11, \\ 3x + 2y = 9. \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 7x + 2y = 4, \\ 11x - y = -2. \end{cases}$;
დ) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 5x + 2y = 12. \end{cases}$; ე) $\begin{cases} 0,02x + 0,01y = 0,14, \\ 0,03x - 0,05y = -0,05. \end{cases}$; ვ) $\begin{cases} 4x + 2y = 3, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$;
ზ) $\begin{cases} x - 6y = -1, \\ 2x - 10y = 3. \end{cases}$; თ) $\begin{cases} 12 + y = \frac{y - x}{5}, \\ \frac{x + y}{3} = 14 - x. \end{cases}$; ი) $\begin{cases} u - 2v = 5, \\ 5u + 2v = 1. \end{cases}$

10

$$\text{ა) } \begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 7x + 5y = 16. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} 2x - 3y = 16, \\ x + 2y = 1. \end{cases} \quad \text{გ) } \begin{cases} 2x - 3y = -3, \\ x + 3y = 21. \end{cases}$$

$$\text{დ) } \begin{cases} 4x - 6y = 10, \\ 6x - 9y = 15. \end{cases} \quad \text{ე) } \begin{cases} 2(x + y) - (x - y) = 5, \\ 3(x + y) = x - y + 8. \end{cases} \quad \text{ვ) } \begin{cases} 2x + 3y = 13, \\ y = \frac{13 - 2x}{3}. \end{cases}$$

11

$$\text{ა) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 21, \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{6} = 18. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 11, \\ \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = 8. \end{cases}$$

$$\text{გ) } \begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{3y}{4} = 18, \\ \frac{7x}{3} - \frac{5y}{8} = 16. \end{cases} \quad \text{დ) } \begin{cases} \frac{x+y}{3} = 2y - 5, \\ 3y - \frac{y-x}{5} = 16. \end{cases}$$

12

$$\text{ა) } \begin{cases} \frac{2,5x - 2y}{2} - 2x = 3, \\ \frac{3x - 2y}{3} + 4 = 3x. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} \frac{15x + 7y}{16} - \frac{3x - y}{4} = -1, \\ 3x - \frac{10 - y}{6} = 2 - y. \end{cases}$$

$$\text{გ) } \begin{cases} 3(x - y) - 2(x + y) = 2x - 2y, \\ \frac{x - y}{3} - \frac{x + y}{2} = \frac{x}{6} + 1. \end{cases} \quad \text{დ) } \begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{x + y}{2} - \frac{5}{2}, \\ 2x + \frac{3y}{2} = 0. \end{cases}$$

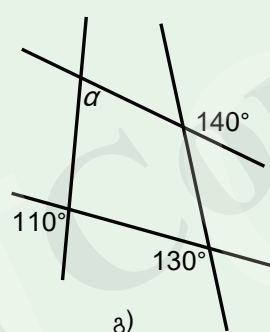
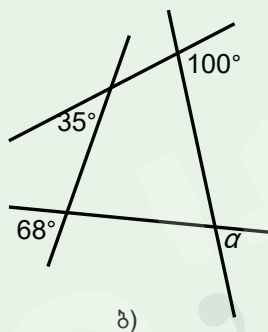
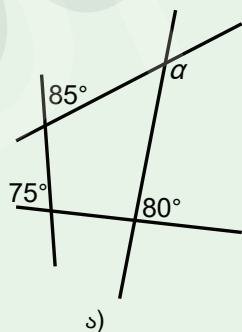
13

ამოხსენი სისტემა x -ისა და y -ის მიმართ:

$$\text{ა) } \begin{cases} x - y = a, \\ x + y = a + 2b. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} 2x + y = 3a + b, \\ x + 2y = b. \end{cases} \quad \text{გ) } \begin{cases} 2x + 2y = 3a - b, \\ x - y = a. \end{cases} \quad \text{დ) } \begin{cases} ax + by = a, \\ bx + ay = b. \end{cases}$$

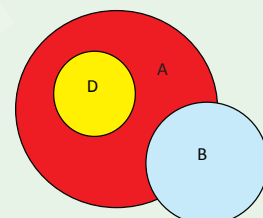
14

ნახაზის მიხედვით გამოთვალე α კუთხე:



15

ნახაზზე A, B და D სიმრავლეები წრეებითაა გამოსახული. A სიმრავლე 48 ელემენტისაგან შედგება, B სიმრავლე – 23, D სიმრავლე – 15, ხოლო A და B სიმრავლეების გაერთიანება – 69 ელემენტისაგან. რამდენი ელემენტისაგან შედგება წითელი ფერის სიმრავლე?



6.5 განტოლებათა სისტემის ამოხსნა შეკრების ხერხით



ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემის შეკრების ხერხით ამოხსნის ალგორითმის გაცნობა და მისი გამოყენება.

წინა პარაგრაფში განხილული ჩასმის ხერხის გარდა არსებობს სისტემის ამოხსნის ალგებრული შეკრების ხერხი.

მაგალითი 1. ამოვხსნათ სისტემა:
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

ამოხსნა. სისტემა ჯერ ჩასმის ხერხით ამოვხსნათ:

$$\begin{cases} x + y = 10. \\ x - y = 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 4 + y = 10, \\ x = y + 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3, \\ x = 3 + 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3, \\ x = 7. \end{cases}$$

პასუხი: (7;3)

იმავს სისტემის ამოხსნა კიდევ უფრო მარტივია **ალგებრული შეკრების** ხერხით. ამისათვის წევრ-წევრად შევკრიბოთ სისტემის განტოლებები, ანუ განტოლებების მაცხენა ნაწილების ჯამი გავუტოლოთ მარჯვენა ნაწილების ჯამს. მივიღებთ:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 4. \end{cases} \\ + \\ \hline 2x = 14, \\ x = 7. \end{array}$$

ახლა პირველ განტოლებას წევრ-წევრად გამოვაკლოთ მეორე განტოლება, მივიღებთ:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 4. \end{cases} \\ - \\ \hline 2y = 6, \\ y = 3. \end{array}$$

პასუხი: (7;3)

მაგალითი 1. ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა:
$$\begin{cases} 7x - 2y = 27 \\ 5x + 2y = 33 \end{cases}$$

ამოხსნა: y ცვლადის კოეფიციენტები მოპირდაპირე რიცხვებია, ამიტომ მათ გასაბათილებლად განტოლებები შევკრიბოთ, მივიღებთ:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases} \\ + \\ \hline 12x = 60, \\ x = 5. \end{array}$$

ჩავსვათ მოცემული სისტემის ერთ-ერთ განტოლებაში (მაგალითად, მეორეში) x -ის მიღებული მნიშვნელობა: $5 \cdot 5 + 2y = 33 \Rightarrow y = 4$.

პასუხი: (5;4).

განტოლებათა სისტემის შეკრების ხერხით ამოხსნა მოსახერხებელია იმ შემთხვევაში, როდესაც ორივე განტოლებაში რომელიმე ცვლადის კოეფიციენტები ტოლი ან მოპირდაპირე

რიცხვებია. ამიტომ ამ ხერხით ამოხსნისას სისტემაში შემავალი განტოლებები ისე უნდა გარდაიქმნას, რომ რომელიმე ცვლადის კოეფიციენტები ტოლი ან მოპირდაპირე რიცხვები აღმოჩნდეს.

მაგალითი 2. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 10, \\ 5x + 3y = 12. \end{cases}$$

ამოხსნა: თუ პირველი განტოლების ორივე მხარეს გავამრავლებთ 3-ზე, ხოლო მეორის ორივე მხარეს – 2-ზე, y -ის კოეფიციენტები ორივე განტოლებაში ტოლი აღმოჩნდება. განტოლებების წევრ-წევრად გამოკლებით y -ის შემცველი წევრები გაბათილდება. მიღებული განტოლებიდან კი ვპოულობთ x -ის რიცხვით მნიშვნელობას.

$$\begin{array}{r|l} 3x + 2y = 10 & \times 3 \\ 5x + 3y = 12 & \times 2 \\ \hline 9x + 6y = 30, \\ 10x + 6y = 24. \\ \hline -x = 6, \\ x = -6. \end{array}$$

x ცვლადის მნიშვნელობის პირველ განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ: $-18 + 2y = 10$, $y = 14$.

პასუხი: $(-6; 14)$.

განტოლებათა სისტემის ალგებრული შეკრების ხერხით ამოხსნის ალგორითმი ასეთია:

- I. განტოლებათა ორივე მხარის ნულის არათოლ რიცხვებზე გამრავლებით გავუტოლოთ რომელიმე უცნობის კოეფიციენტების მოდულები;
- II. განტოლებათა წევრ-წევრად შეკრების ან გამოკლების გზით მიღებული ერთუცნობიანი განტოლებიდან ვიპოვოთ უცნობის მნიშვნელობა;
- III. უცნობის მიღებული მნიშვნელობა ჩავსვათ სისტემის რომელიმე განტოლებაში და გამოვთვალოთ მეორე უცნობის მნიშვნელობა;
- IV. დავწეროთ პასუხი.

მაგალითი 3. ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა: $\begin{cases} 3x - 2y = 9, \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$

ცხადია, რომ სისტემას ამონახსნი არ გააჩნია. მართლაც, განტოლებების მარცხენა ნაწილები ერთი და იგივეა, მარჯვენაში განსხვავებული რიცხვები წერია. თუ სისტემას ამოვხსნით შეკრების ხერხით, მივიღებთ, რომ $0 = 4$. ეს ნიშნავს, რომ სისტემას ამონახსნი არ გააჩნია.

მაგალითი 4. ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა: $\begin{cases} 4x - 2y = 6, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

თუ სისტემის პირველი განტოლების ორივე მხარეს 2-ზე გავყოფთ, მივიღებთ სისტემას:

$$\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

რომელიც ორი ერთნაირი განტოლებისაგან შედგება. ორივე განტოლების გრაფიკი ერთი და იგივე წრფეა, ამიტომ ამ სისტემას უამრავი ამონახსნი აქვს.

ზემოთ განხილული ყველა განტოლებათა სისტემა არის წრფივი სისტემა, რადგან ამ სისტემებში შემავალი ორივე განტოლება წრფივი განტოლებაა. თუმცა, ამ სისტემების ამოხსნის როგორც ჩასმის, ისე შეკრების ხერხი შვეიცარია ზოგიერთი არაწრფივი სისტემის ამოხსნისადაც გამოვიყენოთ. განვიხილოთ მაგალითი.

მაგალითი 5. ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემა: ა) $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -8 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} x^2 - 4y^2 + 6y - 3 = 0 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

ა) გამოვიყენოთ ალგებრული შეკრების ხერხი:

$$\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -8 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases} \begin{matrix} \times 3 \\ \times 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} - \frac{9}{y} = -24 \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} = 34 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,5 \\ \frac{3}{x} + 8 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,5 \\ x = -1 \end{cases}.$$

ბ) გამოვიყენოთ ჩასმის ხერხი:

$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 + 6y - 3 = 0 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3 - 2y)^2 - 4y^2 + 6y - 3 = 0 \\ x = 3 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 12y + 8y - 7 = 0 \\ x = 3 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,5 \\ x = 2 \end{cases}.$$

პასუხი: ა) $(-1; 0,5)$; ბ) $(2; 0,5)$.

უპასუხე კითხვებს:

- როგორ ამოხსნი წრფივ განტოლებათა სისტემას ალგებრული შეკრების ხერხით?
- განტოლებათა სისტემის ამოხსნის რამდენი ხერხი იცი? რომელს ანიჭებ უპირატესობას და რატომ?
- რამდენი ამონახსნი ექნება განტოლებათა სისტემას, თუ ალგებრული შეკრების ხერხით ამოხსნისას მივიღებთ განტოლებას:
ა) $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$? ბ) $0 \cdot x + 0 \cdot y = 4$?

სავარჯიშოები

ალგებრული შეკრების ხერხით ამოხსენი სისტემა: (№1-6)

1 ა) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 5x - y = 12 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$; გ) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 4x + 2y = 7 \\ 8x - 2y = 11 \end{cases}$.

2 ა) $\begin{cases} a + 2b = 20 \\ 2a - b = 15 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 2a - 3b = 4 \\ a + 4b = 13 \end{cases}$; გ) $\begin{cases} a + 2b = -1 \\ 3a - b = 11 \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 5a + 4b = 140 \\ 3a - 2b = 40 \end{cases}$.

3 ა) $\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 3x + y = -9 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 3x + 18y = 3 \\ 13x - 9y = -74 \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 5x - 2y = 0,2 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 5x - y = 6 \end{cases}$.

4 ა) $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 13x - 7y = -1 \\ 11x + 4y = 19 \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 6x - 17y = 12 \\ 5x + 14y = 10 \end{cases}$.

5 ა) $\begin{cases} 3x + 0,2y = 1,1 \\ 5x + 0,3y = 4,2 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} 3x - 2,2y = 5,4 \\ 5x + 4y = 2,3 \end{cases}$; გ) $\begin{cases} 0,4x + 0,9y = 11 \\ 1,2x + 1,3y = 19 \end{cases}$; დ) $\begin{cases} 1,3x - 1,6y = -1,5 \\ 0,5x + 0,4y = 1,2 \end{cases}$.

6 ა) $\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{b}{3} = 16 \\ \frac{a}{4} - \frac{b}{3} = 8 \end{cases}$; ბ) $\begin{cases} \frac{a}{4} - \frac{b}{2} = 0 \\ \frac{a}{6} + \frac{b}{3} = 1 \end{cases}$; გ) $\begin{cases} \frac{2a}{9} + \frac{b}{4} = 12 \\ \frac{5a}{12} + \frac{b}{3} = 16 \end{cases}$; დ) $\begin{cases} \frac{5a}{9} + \frac{b}{3} = \frac{1}{3} \\ \frac{a}{3} + \frac{b}{6} = \frac{1}{6} \end{cases}$.

7

გამოთქვი მოსაზრება სისტემის ამოხსნადობის შესახებ და შეკრების ხერხით შეამოწმე შენი ვარაუდი.

$$\text{ა) } \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 4x - 2y = 2. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} x + 3y = 1, 5, \\ 4x + 12y = 6. \end{cases} \quad \text{გ) } \begin{cases} x + 2y = -1, \\ 3x - 6y = 3. \end{cases} \quad \text{დ) } \begin{cases} 3x - 7y = -1, \\ 6x + 14y = 6. \end{cases}$$

ამოხსენი განტოლებათა სისტემა (№ 8-9)

8

$$\text{ა) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 4. \end{cases}; \quad \text{ბ) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{4}{x} - \frac{4}{y} = 4. \end{cases}; \quad \text{გ) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 10, \\ \frac{1}{2x} - \frac{1}{2y} = 1. \end{cases}$$

9

$$\text{ა) } \begin{cases} x^2 - y^2 + 5y = -2, \\ x + y = 2. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} 9x^2 - 6y^2 = 291, \\ 3x^2 + 2y^2 = 197. \end{cases} \quad \text{გ) } \begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 48, \\ 3x^2 - y^2 = 23. \end{cases}$$

10

დაადგინე, რა პირობას უნდა აკმაყოფილებდეს a და b კოეფიციენტები, რომ სისტემას ჰქონდეს ერთადერთი ამონახსნი და იპოვე ეს ამონახსნი.

$$\text{ა) } \begin{cases} x - ay = a, \\ bx - y = 1. \end{cases} \quad \text{ბ) } \begin{cases} ax + by = b^2, \\ x + y = a. \end{cases} \quad \text{გ) } \begin{cases} ax + by = a, \\ bx + ay = b. \end{cases} \quad \text{დ) } \begin{cases} ax + by = \frac{a^2 + b^2}{a + b}, \\ bx + ay = \frac{2ab}{a + b}. \end{cases}$$

11

ერთი ფანქარი n თეთრი ღირს, ხოლო ერთი საშლელი – m თეთრი. ჩაწერე ტოლობის სახით წინადადება:

- ა) ფანქარი საშლელზე 5 თეთრით იაფია;
 ბ) ორი ფანქარი სამ საშლელზე 10 თეთრით ძვირია;
 გ) საშლელი ფანქარზე 10%-ით იაფია;
 დ) k ცალი ფანქარი q ცალ საშლელზე p თეთრით იაფია.

12

მოცემულთაგან რომელი ჩანაწერი ნიშნავს, რომ b რიცხვი 50%-ით მეტია a რიცხვზე?

- ა) $a \times 1,5 = b$; ბ) $a = 0,75b$; გ) $b = 0,5a$; დ) $b > 50a$.

13

მოცემულთაგან რომელი ჩანაწერი ნიშნავს, რომ b რიცხვი 25%-ით ნაკლებია a რიცხვზე?

- ა) $b = a - 25$; ბ) $b = a - \frac{25}{100}$; გ) $b = 0,75a$; დ) $b < 0,25a$.

14

გიას m ლარი ჰქონდა. ამ თანხის ნახევრით მან ზურგჩანთა შეიძინა, ხოლო დარჩენილი თანხის 20%-ით – ბურთი. რა თანხა დარჩა გიას?

15

მათემ, ანამ და სოფომ რვეულები შეიძინეს. ანამ n რვეული შეიძინა, მათემ 2-ით ნაკლები, ხოლო სოფომ 2-ჯერ მეტი რვეული შეიძინა, ვიდრე – ანამ. ჩამოთვლილთაგან რომელი ჩანაწერი შეესაბამება სამივეს მიერ შეძენილი რვეულების საერთო რაოდენობას?

- ა) $4n - 9$; ბ) $2n + 4$; გ) $4n + 6$; დ) $4n - 2$.



6.6 ამოცანების ამოხსნა წრფივ განტოლებათა სისტემის გამოყენებით



წრფივ განტოლებათა სისტემის გამოყენება ამოცანების ამოსახსნელად

განვიხილოთ ამოცანა, რომლის ამოსახსნელად წრფივ განტოლებათა სისტემას გამოვიყენებთ.

ამოცანა. საახალწლოდ ზეზვამ 15 ჩურჩხელა და 4 ფილა შოკოლადი, ხოლო მზიამ იმავე ღირებულების 12 ჩურჩხელა და 5 ფილა შოკოლადი იყიდა. ნავაჭრში ზეზვამ 55 ლარი, ხოლო მზიამ 48,5 ლარი გადაიხადა. რა ღირდა ერთი ჩურჩხელა და ერთი ფილა შოკოლადი?

ამოხსნა: დავუშვათ, ერთი ჩურჩხელა ღირდა x ლარი, ხოლო ერთი ფილა შოკოლადი – y ლარი. მაშინ, 15 ჩურჩხელა და 4 ფილა შოკოლადი ეღირებოდა $(15x+4y)$ ლარი, ხოლო 12 ჩურჩხელა და 5 ფილა შოკოლადი – $(12x+5y)$ ლარი. ამოცანის პირობიდან გამომდინარე ვწერთ სისტემას:

$$\begin{cases} 15x + 4y = 55, \\ 12x + 5y = 48,5. \end{cases}$$

სისტემის ამოსახსნელად პირველ განტოლებას გამოვაკლოთ მეორე განტოლება. მივიღებთ: $3x-y=6,5$.

ამ განტოლებიდან განვსაზღვროთ y და ჩავსვათ პირველ განტოლებაში. მივიღებთ:

$$\begin{aligned} y &= 3x - 6,5 \\ 15x + 4(3x - 6,5) &= 55, \end{aligned}$$

საიდანაც $x=3$, $y=2,5$.

პასუხი: ერთი ჩურჩხელა 3 ლარი, ხოლო ერთი ფილა შოკოლადი 2,5 ლარი ღირდა.

შევნიშნოთ, რომ ამოცანაში მიღებული სისტემის ამოსახსნელად გამოვიყენეთ, როგორც შეკრების, ისე ჩასმის ხერხი. თუმცა, რა თქმა უნდა, შეგვეძლო სისტემა რომელიმე ერთი ხერხით ამოგვეხსნა.

საერთოდ, განტოლებათა ამა თუ იმ სისტემის ამოხსნის დაწყებამდე ყურადღებით დააკვირდი მას და ისე გადაწყვიტე ამოხსნის იმ ხერხის შერჩევა, რომელიც უფრო რაციონალური იქნება მის ამოსახსნელად, ანუ შეარჩიე ამოხსნის ის ხერხი, რომელიც ნაკლებ გამოთვლებს შეგასრულებინებს და მიზანთან ადვილად მიგიყვანს.



უპასუხე კითხვებს:

1. რა საფეხურებს საჭიროებს ამოცანის განტოლებათა სისტემის საშუალებით ამოხსნა?
2. რატომ გამოვიყენეთ სისტემის ამოსახსნელად როგორც შეკრების, ისე ჩასმის ხერხი?
3. შესაძლებელია თუ არა განხილული სისტემის ალგებრული შეკრების ხერხით ამოხსნა? ჩასმის ხერხით? გრაფიკულად?

ამოხსენი ამოცანა განტოლებათა სისტემის შედგენით (№1–17)

- 1 გაორკეცებული პირველი რიცხვისა და გასამკეცებული მეორე რიცხვის ჯამია 23, ხოლო გაოთხკეცებული მეორე რიცხვი 8-ით მეტია გასამკეცებულ პირველ რიცხვზე. იპოვე ეს რიცხვები.
- 2 წილადის მრიცხველს 1-ით თუ შევამცირებთ, მაშინ წილადი $\frac{1}{5}$ -ის ტოლი გახდება, ხოლო თუ თავდაპირველი წილადის მნიშვნელს 1-ით შევამცირებთ, მაშინ წილადი $\frac{1}{4}$ -ის ტოლი გახდება. იპოვე თავდაპირველი წილადი.
- 3 ორნიშნა რიცხვის ციფრთა ჯამი 7-ის ტოლია. თუ ამ რიცხვის ჩანაწერში ციფრებს გადავანაცვლებთ, მაშინ რიცხვი 27-ით შემცირდება. იპოვე ეს რიცხვი.
- 4 ორნიშნა რიცხვი 4-ჯერ მეტია თვისივე ციფრთა ჯამზე, ხოლო ათეულების ციფრი 4-ით ნაკლებია ერთეულების ციფრზე. იპოვე ეს რიცხვი.
- 5 ეკამ 15 რვეულსა და 4 ავტოკალამში 24 ლარი, ხოლო მაკამ იმავე ღირებულების 5 რვეულსა და 8 ავტოკალამში 18 ლარი გადაიხადა. რა ღირდა ერთი რვეული და ერთი ავტოკალამი?
- 6 სადღესასწაულო საღამოსთვის მერვეკლასელებმა 10 ყუთი ნამცხვარი შეიძინეს, რაც 2,1 კგ იწონიდა. ზოგ ყუთში 250გ ნამცხვარი იყო, ზოგში – 150 გ. თითოეული სახის რამდენი ყუთი ნამცხვარი შეიძინეს ბავშვებმა?
- 7 წყალგაყვანილობის ძველი სისტემის შესაცვლელად საჭიროა 160 მეტრზე შეიცვალოს მილები. საამისოდ მომარაგებული აქვთ 800 სმ და 1200 სმ სიგრძის მქონე 18 მილი, გამოთვალე თითოეული სიგრძის რამდენი მილი იქნება გამოყენებული.
- 8 სკოლამ 175 ლარის ღირებულების ფეხბურთის 8 და ფრენბურთის 7 ბურთი შეიძინა. გამოთვალე, რა ღირდა ერთი ფეხბურთის და ერთი ფრენბურთის ბურთი, თუ ფეხბურთის 3 ბურთი ფრენბურთის 4 ბურთზე 6 ლარით მეტი ღირდა.
- 9 თბილისიდან და ქუთაისიდან შემხვედრი მიმართულებით ორი ავტობუსი გამოვიდა. ავტობუსები 2 საათში შეხვდნენ ერთმანეთს. გამოთვალე თითოეული ავტომობილის სიჩქარე, თუ ერთი მათგანი საათში 10 კმ-ით მეტს გადიოდა, ვიდრე – მეორე, ხოლო თბილისსა და ქუთაისს შორის მანძილი 240კმ-ია.
- 10 გიორგის სამოსახლო ნაკვეთს მართკუთხედის ფორმა ჰქონდა, რომლის მთლიანი ღირებულების სიგრძე 240 მ-ის ტოლი იყო. მეზობელთან შეთანხმებით გიორგიმ ნაკვეთის სიგრძე შეამცირა 14 მ-ით, ხოლო სიგანე გააღიდა 10 მ-ით. ამის შემდეგ გიორგის ნაკვეთის ფართობი 4 კვ.მ-ით გაიზარდა. გამოთვალე გიორგის თავდაპირველი ნაკვეთის გვერდების სიგრძე.



11

გამოთვალე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძე, თუ კათეტების სიგრძე-თა ჯამია 7სმ, ხოლო სხვაობა – 1სმ.

12

ცხრილში მოცემულია ცილისა და ცხიმის შემცველობა ერთ ულუფა ხორცსა და პურში:

	ხორცი	პური
ცილა (გრ)	16	2
ცხიმი (გრ)	11	1

რამდენი ულუფა ხორცი და პური უნდა შეჭამოს ადამიანი, რომ მიიღოს 26 გრ ცილა და 17,5 გრ ცხიმი?

13

ლიტომ 1200 ლარი ბანკში ორ სხვადასხვა ანაბარზე შეიტანა. ერთი ანაბრის მიხედვით ბანკი, ლიტოს წელიწადში 8%-ს უზდის, მეორის მიხედვით კი – 10%-ს. ერთი წლის შემდეგ ლიტოს თანხამ 108 ლარით მოიმატა. რა თანხა შეიტანა ლიტომ თითოეულ ანაბარზე?

14

ერთ საარჩევნო უბანზე არჩევნებში მონაწილეობდა 900 ამომრჩეველი. ერთ-ერთ კანდიდატს ხმა მისცა ქალების 15-მა და მამაკაცების 20%-მა, სულ 159-მა ამომრჩეველმა. ამომრჩეველებს შორის რამდენი იყო ქალი და რამდენი მამაკაცი?

15

კატერს შეუძლია 3 სთ-სა და 15 წთ-ში გაიაროს 40 კმ დინების მიმართულებით და 20 კმ დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით, ხოლო 3 სთ-სა და 30 წთ-ში შეუძლია გაიაროს 20 კმ დინების მიმართულებით და 40 კმ დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით. გამოთვალე დინების სიჩქარე და კატერის საკუთარი სიჩქარე.

16

სამშენებლო ფირმამ შეკვეთა დათქმულ დროში შეასრულა. თუ ფირმის მუშების რაოდენობა იქნებოდა 5-ით ნაკლები, მაშინ ისინი სამუშაოს დათქმულ დროზე 10 დღით გვიან დაასრულებდნენ. თუ მუშების რაოდენობა იქნებოდა 4-ით მეტი, მაშინ სამუშაოს დათქმულ დროზე 2 დღით ადრე მორჩებოდნენ. რამდენი მუშა ასრულებდა შეკვეთას და რამდენ დღეში დაამთავრა სამუშაო ფირმამ?



17

გამოთვალე მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები, თუ სამკუთხედის ფართობია 30 სმ², ხოლო ჰიპოტენუზა – 13 სმ.

18

ლელამ წრფივ განტოლებათა სისტემა ალგებრული შეკრების ხერხით ამოხსნა. სანდრომ იმავე სისტემის ამოსახსნელად ჩასმის ხერხი გამოიყენა, მაგრამ ლელასგან განსხვავებული პასუხი მიიღო. ქვემოჩამოთვლილთაგან რა არ შეიძლება მომხდარიყო?

- ა) სანდრომ ამოხსნაში შეცდომა დაუშვა;
- ბ) ლელამ ამოხსნაში შეცდომა დაუშვა;
- გ) ამოხსნაში სანდრომაც და ლელამაც შეცდომა დაუშვეს;
- დ) სისტემა სანდრომაც და ლელამაც სწორად ამოხსნეს.

6.7 წრფივი უტოლობა



1. წრფივი უტოლობის ამოხსნის ალგორითმის გაცნობა;
2. უტოლობის ამონახსნის შუალედის სახით ჩაწერა და რიცხვით წრფეზე გამოსახვა;
3. წრფივი უტოლობის გამოყენება ამოცანის ამოსახსნელად.

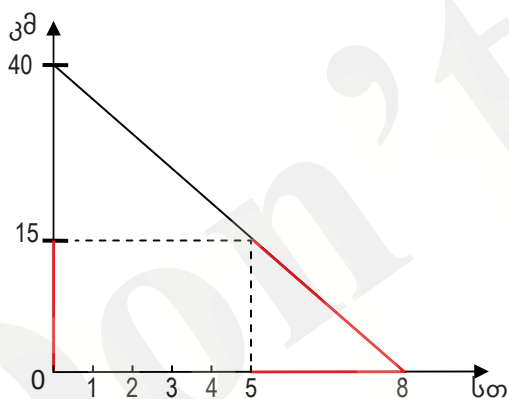


ამოცანა. ტურისტული ჯგუფი ანანურიდან დილის 7 საათზე გავიდა. ჯგუფს დაგეგმილი აქვს ფასანაურისა და შავი არაგვის ხეობის გავლით ავიდეს ამ ხეობაში მდებარე სოფელ კიტოხში. მანძილი ანანურიდან ფასანაურამდე 25 კმ, ხოლო ფასანაურიდან კიტოხამდე შავი არაგვის ხეობის გავლით 15 კმ-ია. ჯგუფი 5 კმ/სთ სიჩქარით მოძრაობს.

ა) შევადგინოთ ჯგუფის კიტოხამდე დარჩენილი S მანძილის t დროზე დამოკი-

დებულების განტოლება და ავაგოთ გრაფიკი;

ბ) გამოვთვალოთ, დროის რა შუალედში იმოძრავენ ჯგუფი შავი არაგვის ხეობაში;



ამოხსნა: ა) t საათში ტურისტები გაივლიან 5 t მანძილს. ამიტომ t საათის შემდეგ კიტოხამდე დარჩენილი მანძილია $S=40-5t$. როგორც ვხედავთ, მივიღეთ წრფივი განტოლება. ავაგოთ მისი გრაფიკი:

ბ) იმისათვის, რომ ტურისტების ჯგუფი შავი არაგვის ხეობაში აღმოჩნდეს, კიტოხამდე S მანძილი 15 კმ-ზე ნაკლები უნდა იყოს. როგორც აგებული გრაფიკიდან ჩანს, ეს მოხდება ჯგუფის ანანურიდან გამოსვლიდან 5 საათის შემდეგ, ხოლო კიდევ 3 საათში ჯგუფი დანიშნულების ადგილს მიაღწევს.

პასუხი: ჯგუფი შავი არაგვის ხეობაში 12 სთ-დან 15 საათამდე იმოძრაებს.

ამ ამოცანის ამოხსნისას გრაფიკის გამოყენებით ვიპოვეთ t ცვლადის ის მნიშვნელობები, რომელთათვისაც $S < 15$, ანუ გრაფიკული მეთოდით ამოვხსენით უტოლობა $40-5t < 15$. საზოგადოდ,

ცვლადის შემცველი უტოლობის ამონახსნი ეწოდება ცვლადის ყველა იმ რიცხვით მნიშვნელობას, რომლებიც მას ქვეშარიტ რიცხვით უტოლობად აქცევს.

ზემოთ მიღებული უტოლობა წრფივი უტოლობაა. მისი ამოხსნა ალგებრული მეთოდითაც შეგვეძლო, ისევე, როგორც წრფივ განტოლებებს ვხსნით. ამისათვის უტოლობათა შემდეგი თვისებების ცოდნა დაგვჭირდება:

1. უტოლობის ორივე მხარეს შეგვიძლია დაუვმატოთ ან გამოვაკლოთ ერთი და იგივე რიცხვი;
2. უტოლობის ორივე მხარე შეგვიძლია გავამრავლოთ ან გავყოთ ნულის არატოლ რიცხვზე. ამასთან, დადებით რიცხვზე გამრავლება-გაყოფის დროს უტოლობის ნიშანი იგივე

რჩება, ხოლო უარყოფით რიცხვზე გამრავლება-გაყოფის დროს უტოლობის ნიშანი იცვლება.

დავუბრუნდეთ $40 - 5t < 15$ უტოლობას. უტოლობის ორივე მხარეს გამოვაკლოთ 40. მივიღებთ: $-5t < -25$; უტოლობის ორივე მხარე გავყოთ (-5) -ზე, მივიღებთ: $t > 5$.

მაგალითი. ამოვხსნათ უტოლობა: ა) $2x > 5x + \frac{7}{2}$; ბ) $x(x+4)+2 > (x+3)(x-3)+4$.

ამოხსნა: ა) $2x > 5x + \frac{7}{2}$ უტოლობის ორივე მხარე გავამრავლოთ 2-ზე: $4x > 10x + 7$;

უტოლობის ორივე მხარეს გამოვაკლოთ $10x$ (ანუ $10x$ გადავიტანოთ უტოლობის მარცხენა მხარეს მოპირდაპირე ნიშნით): $-6x > 7$;

უტოლობის ორივე მხარე გავყოთ (-6) -ზე: $x < -\frac{7}{6}$.

ბ) $x(x+4)+2 > (x+3)(x-3)+4$ უტოლობის ორივე მხარეს გავხსნათ ფრჩხილები, მივიღებთ:

$$x^2 + 4x + 2 > x^2 - 9 + 4$$

x^2 -ის მარცხენა მხარეს და 2-ის მარჯვენა მხარეს გადატანით და მსგავსი წევრების შეერთებით მივიღებთ: $4x > -7$;

უტოლობის ორივე მხარე გავყოთ 4-ზე, მივიღებთ: $x > -\frac{7}{4}$.

პასუხი: ა) $x < -\frac{7}{6}$; ბ) $x > -\frac{7}{4}$.

ხშირად უტოლობის პასუხს წერენ სიმრავლური სახით. ამისათვის შემოვიღოთ აღნიშვნები: ნებისმიერი a რიცხვისათვის, a -ზე ნაკლები ყველა რიცხვის სიმრავლე აღვნიშნოთ $(-\infty; a)$ სიმბოლოთი (იკითხება: „მინუს უსასრულობიდან a -მდე“), ხოლო a -ზე მეტი ყველა რიცხვის სიმრავლე $(a; +\infty)$ სიმბოლოთი (იკითხება: „ a -დან პლუს უსასრულობამდე“). ამ აღნიშვნებით 1-ლ მაგალითში მიღებული პასუხები ასე ჩაიწერება:

ა) $x \in (-\infty; -\frac{7}{6})$; ბ) $x \in (-\frac{7}{4}; +\infty)$.

ქვემოთ მოცემულ ცხრილში მოყვანილია სხვადასხვა სახის რიცხვითი სიმრავლეების აღნიშვნები, ამასთან, დაშტრიხულია ამ სიმრავლეების შესაბამისი რიცხვითი ღერძის შუალედები.

$x > a$	$x \in (a; +\infty)$	
$x \geq a$	$x \in [a; +\infty)$	
$x < a$	$x \in (-\infty; a)$	
$x \leq a$	$x \in (-\infty; a]$	
$a < x < b$	$x \in (a; b)$ ღია შუალედი	
$a \leq x \leq b$	$x \in [a; b]$ ჩაკეტილი შუალედი	
$a \leq x < b$	$x \in [a; b)$ მარცხნიდან ჩაკეტილი შუალედი	
$a < x \leq b$	$x \in (a; b]$ მარჯვნიდან ჩაკეტილი შუალედი	

შენიშვნა: a -ს ან b -ს შესაბამისი წერტილის გამუქებულად მონიშვნა მიუთითებს, რომ ეს რიცხვი ეკუთვნის მოცემულ შუალედს.

შუალედს, რომელსაც ორივე ბოლო ეკუთვნის, ჩაკეტილი შუალედი, ხოლო შუალედს, რომელსაც არც ერთი ბოლო არ ეკუთვნის, ღია შუალედი ეწოდება. დამოუკიდებლად გაარკვიე, როგორ შუალედს უწოდებენ მარცხნიდან ღიას ან მარჯვნიდან ჩაკეტილს.

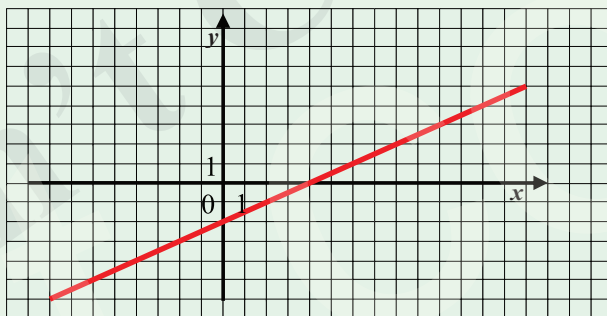
უპასუხე კითხვებს:

1. როგორ გამოვიყენეთ განხილული ამოცანის ამოხსნისას განტოლების გრაფიკი?
2. როგორ ამოხსნიდი განხილულ ამოცანას უტოლობის გამოყენების გარეშე?
3. რა თვისებებს ვიყენებთ უტოლობის ალგებრული მეთოდით ამოხსნისას?
4. როგორ ვიქცევით უტოლობის დადებით (უარყოფით) რიცხვზე გაყოფისას?
5. რა სიმბოლოთი აღნიშნავ მთელ რიცხვით ღერძს?
6. როგორ შუალედს უწოდებ მარცხნიდან ღიას და მარჯვნიდან ჩაკეტილს?
7. შეიცავს თუ არა უმცირეს რიცხვს მარცხნიდან ღია შუალედი?
8. შეიცავს თუ არა უდიდეს რიცხვს მარჯვნიდან ჩაკეტილი შუალედი?

საგარეშოშოები

1. არის თუ არა $3x \geq -18$ უტოლობის ამონახსნი: ა) -15 ? ბ) -6 ? გ) 0 ? დ) $-2,5$?
2. არის თუ არა $36 < -3x$ უტოლობის ამონახსნი: ა) -15 ? ბ) -4 ? გ) 0 ? დ) -12 ?
3. საკოორდინატო წრფეზე დაშტრიხე შუალედი:
ა) $x \geq 5$; ბ) $-2 \leq x < 3$; გ) $-0,5 \leq x \leq 1,5$; დ) $0 < x \leq 4$; ე) $-3 < x < 3$.
4. ააგე $y = 3x - 6$ წრფე და აბსცისათა ღერძზე მიუთითე ყველა იმ x რიცხვთა სიმრავლე, რომლებისთვისაც:
ა) $y > 0$; ბ) $y < 3$; გ) $-3 < y < 1$; დ) $y \geq -6$.
5. ააგე $y = 2 - x$ წრფე და აბსცისათა ღერძზე მიუთითე ყველა იმ x რიცხვთა სიმრავლე, რომლებისთვისაც:
ა) $y < 0$; ბ) $y > 2$; გ) $-1 < y < 1$; დ) $y \leq -2$.
6. ააგე $y = x - 4$ წრფე და ორდინატთა ღერძზე მიუთითე ყველა იმ y რიცხვთა სიმრავლე, რომლებისთვისაც:
ა) $x > 0$; ბ) $x < 3$; გ) $-3 < x < 1$; დ) $x \geq -6$.
7. ააგე $y = 1 - x$ წრფე და ორდინატთა ღერძზე მიუთითე ყველა იმ y რიცხვთა სიმრავლე, რომლებისთვისაც:
ა) $x < 0$; ბ) $x > 2$; გ) $-1 < x < 1$; დ) $x \leq -1$.
8. ნახაზზე წრფივი განტოლების გრაფიკია მოცემული.
ა) მოძებნე გრაფიკის იმ წერტილთა აბსცისების სიმრავლე, რომელთა ორდინატები არაუარყოფითია;

- ბ) მოძებნე იმ წერტილთა ორდინატების სიმრავლე, რომელთა აბსცისები მოთავსებულია $[-6; 3]$ შუალედში;
 გ) გაარკვიე, რა განტოლების გრაფიკია მოცემული წრფე.



9

შუალედის სახით ჩაწერე სიმრავლე:

- ა) $x > 7$; ბ) $x \leq -5$; გ) $0 < x < 2,5$; დ) $-1,3 \leq x < 0,04$.

10

მოცემულია ორი წრფივი დამოკიდებულება: $y = 2x - 1$ და $y = x + 3$.

- ა) ააგე ორივე განტოლების გრაფიკი;
 ბ) აგებული გრაფიკის მიხედვით დაადგინე იმ აბსცისების სიმრავლე, რომლებისთვისაც პირველი გრაფიკის წერტილთა ორდინატები მეტია მეორე გრაფიკის წერტილთა ორდინატებზე;
 გ) დაწერე შესაბამისი უტოლობა, ამოხსენი და მიღებული პასუხი შეადარე გრაფიკის საშუალებით მიღებულ პასუხს.

11

მოცემული შუალედებიდან რომელს ეკუთვნის $\sqrt{2}$?

- ა) $[-1; 1]$; ბ) $(2; 3)$; გ) $(1; 1,4)$; დ) $(1,4; 1,5)$.

12

ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომელი ეკუთვნის $(\sqrt{3}; 3)$ შუალედს?

- ა) $\sqrt{3}$; ბ) 3; გ) 2,95; დ) $\sqrt{10}$.

13

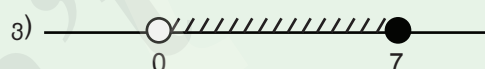
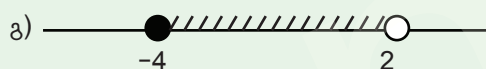
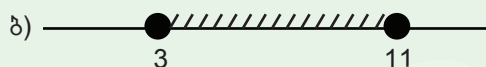
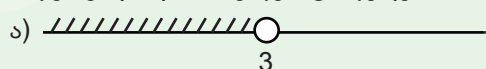
რამდენი მთელი რიცხვია $(-7; 3]$ შუალედში?

14

რამდენი ნატურალური რიცხვია $[0; \frac{11}{3}]$ შუალედში?

15

ჩაწერე და დაასახელე შუალედები:



16

ამოხსენი უტოლობა:

- ა) $5x < 40$; ბ) $8x > -24$; გ) $-6x \leq 1$;
 დ) $x < 2x + 5$; ე) $2x + 9 \geq 0$; ვ) $7x + 16 \leq 7x + 22$.

17

ამოსხენი უტოლობა. მონიშნე რიცხვთა ღერძზე შესაბამისი შუალედი:

ა) $2x > 2$; ბ) $3x < 6$; გ) $5 < 2x$; დ) $2x + 1 < 9$; ე) $2x + 1 > 8$.

18

ამოსხენი უტოლობა:

ა) $5x - 8 > 7x + 12$;

ბ) $3 + 4x < 5 - 2x$;

გ) $2x - 1 \leq 6x - 15$;

დ) $12x \geq x - 8$;

ე) $\frac{3x}{2} > \frac{x}{3}$;

ვ) $-\frac{2x}{3} > 10$;

ზ) $\frac{7-x}{5} < 81$;

თ) $-\frac{5x}{2} < 5$;

ი) $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} > 0$;

კ) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} \geq 0$;

ლ) $\frac{x}{12} - \frac{x-5}{4} < 0$;

მ) $\frac{2-3x}{5} - \frac{3-2x}{4} \leq 0$.

19

სამღებრო სამუშაოების შესრულება მათეს შეიძლება აუნაზღაურონ ქვემოთ წარმოდგენილი ორი ვარიანტიდან ერთ-ერთით:

1) 750 ლარს პლიუს 30 ლარი საათში;

2) 60 ლარი საათში.

დავუშვათ, სამუშაოს შესრულებას n სთ სჭირდება. n -ის რა მნიშვნელობისთვისაა მათესთვის უკეთესი მეორე ვარიანტი?



20

a ცვლადის რა მნიშვნელობებისათვის იქნება $ax + 9 > 11$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე $(-\infty; -2)$?

21

შეიძლება თუ არა წრფივი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე იყოს მთელი რიცხვითი ღერძი?

22

შეიძლება თუ არა წრფივი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე იყოს ცარიელი?

23

შეიძლება თუ არა წრფივი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე შეიცავდეს ერთადერთ ელემენტს?

24

ამოსხენი უტოლობა: ა) $(1 - \sqrt{2})x > \sqrt{2} - 1$; ბ) $(\sqrt{24} - 5)x \geq 0$.

25

ცვლადის რა მნიშვნელობისთვის აქვს აზრი გამოსახულებას:

ა) $\sqrt{3x - 12}$; ბ) $\sqrt{5a - 2}$; გ) $\frac{\sqrt{7-y}}{3}$; დ) $\sqrt{(2x+5)^2}$; ე) $\sqrt{1-2x}$.

26

კვადრატის გვერდის სიგრძეა a . კვადრატის მოპირდაპირე გვერდებზე აღებული M და N წერტილები მონაკვეთითაა შეერთებული. შეადარე MN მონაკვეთის სიგრძე კვადრატის ნახევარპერიმეტრს.

27

ბლაგვკუთხა სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სიდიდეა α , მართკუთხა სამკუთხედისა კი $-\beta$. 90° -ზე მეტია თუ ნაკლები $\alpha + \beta$?

6.8 რიცხვითი შუალედების გაერთიანება და თანაკვეთა

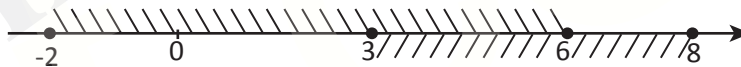


რიცხვითი შუალედების გაერთიანებისა და თანაკვეთის
თვალსაჩინოდ წარმოდგენა.

რიცხვით შუალედებზე სიმრავლური მოქმედებების თვალსაჩინოდ წარმოსადგენად რიცხვით წრფეს ვიყენებთ.

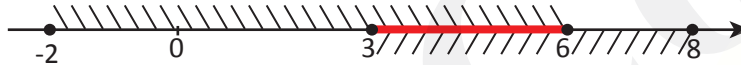
მაგალითი 1. ვიპოვოთ $[-2; 6]$ და $[3; 8]$ შუალედების ა) თანაკვეთა; ბ) გაერთიანება.

ამოხსნა: დავხაზოთ რიცხვითი წრფე და დავშტრიხოთ მოცემული შუალედები (ნახ.1).



(ნახ. 1)

ა) განმარტების თანახმად, ორი სიმრავლის თანაკვეთა ამ სიმრავლეთა საერთო ნაწილია. ეს კი, როგორც ნახაზიდან ჩანს, რიცხვითი ღერძის ის ნაწილია, რომელიც ორმაგად დაიშტრიხა, ანუ $[3; 6]$ შუალედი (მე-2 ნახაზზე ეს შუალედი წითლად არის მონიშნული).



(ნახ. 2)

ბ) როგორც ვიცით, ორი სიმრავლის გაერთიანება ყველა იმ ელემენტისაგან შედგება, რომელიც ერთ სიმრავლეს მაინც ეკუთვნის. ამიტომ მოცემული შუალედების გაერთიანება იქნება რიცხვითი წრფის ის ნაწილი, რომელიც ერთჯერ მაინც დაიშტრიხა, ანუ $[-2; 8]$ შუალედი (მე-3 ნახაზზე ეს შუალედი წითლად არის მონიშნული).



(ნახ. 3)

პასუხი: ა) $[-2; 6] \cap [3; 8] = [3; 6]$; ბ) $[-2; 6] \cup [3; 8] = [-2; 8]$.

მაგალითი 2. ვიპოვოთ a -სა და b -ს ყველა ის მნიშვნელობა, რომელთათვისაც სრულდება ტოლობა: $(a; b) \cap [0; 1] = \emptyset$.

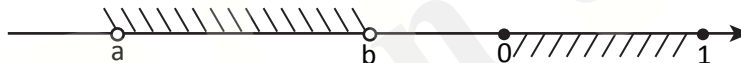
ამოხსნა: მოცემული ტოლობა ნიშნავს, რომ $(a; b)$ და $[0; 1]$ შუალედებს საერთო ნაწილი არ აქვთ. ეს კი მხოლოდ ორ შემთხვევაში შეიძლება მოხდეს:

ა) როცა $(a; b)$ შუალედი $[0; 1]$ შუალედის მარჯვნივ მდებარეობს (ნახ. 4). ამ შემთხვევაში $1 \leq a < b$;



(ნახ. 4)

ბ) როცა $(a; b)$ შუალედი $[0; 1]$ შუალედის მარცხნივ მდებარეობს (ნახ.5). ამ შემთხვევაში $a < b \leq 0$.



(ნახ. 5)

პასუხი: $1 \leq a < b$ ან $a < b \leq 0$.

უპასუხე კითხვებს:

1. რას ეწოდება რიცხვითი სიმრავლე?
2. რას წარმოადგენს რიცხვითი შუალედი?
3. როგორ შევადგინოთ რიცხვითი შუალედების გაერთიანება?
4. როგორ შევადგინოთ რიცხვითი შუალედების თანაკვეთა?
5. რა შეიძლება მივიღოთ რიცხვითი შუალედების გაერთიანებით? თანაკვეთით?

სავარჯიშოები

- 1 საკოორდინატო წრფეზე მონიშნე წერტილები კოორდინატებით: 2,8 და 8. ამოწერე მიღებული რიცხვითი შუალედები.
- 2 ქვემოთ მოცემული ჩანაწერებიდან რომელი არაა $(6;20]$ შუალედის წარმოდგენა?
ა) $(6;20] = (6;10) \cup \{10\} \cup (10;20)$;
ბ) $(6;20] = (6;10) \cup \{10\} \cup (10;20]$;
გ) $(6;20] = (6;10] \cup (10;20)$;
დ) $(6;20] = (6;10) \cup [10;20]$.
- 3 ჩაწერე შუალედის სახით უტოლობა:
ა) $-2 < x \leq 0$; ბ) $-2 \leq x \leq 0$; გ) $-2 \leq x < 0$; დ) $-2 < x < 0$.
- 4 მოცემულია ორი სიმრავლე: $A = (-1; +\infty)$ და $B = (-\infty; 1)$. ჩაწერე შუალედის სახით სიმრავლე: ა) $A \cup B$; ბ) $A \cap B$ გ) $A \cup (-3;0)$; დ) $B \cap [0;5)$
- 5 იპოვე:
ა) $[-6;8]$ და $[6;10]$ რიცხვითი მონაკვეთების გაერთიანება და თანაკვეთა;
ბ) $[-4;4]$ და $[0;10]$ რიცხვითი მონაკვეთების გაერთიანება და თანაკვეთა.
- 6 აქვს თუ არა საერთო ელემენტი $[0;6]$ და $[6;10]$ შუალედებს? რა იქნება მათი გაერთიანება? თანაკვეთა?
- 7 მოცემულია სამი სიმრავლე: $A = (0;5)$, $B = (-1;2)$, $C = (3;7)$. ჩაწერე შუალედის სახით სიმრავლე და რიცხვით წრფეზე დაშტრიხე ეს შუალედი:
ა) $A \cup B$; ბ) $A \cap B$; გ) $A \cup C$; დ) $(A \cup B) \cap C$.
- 8 a ცვლადის რა მნიშვნელობებისათვის არის $[a;+\infty) \cup (-\infty;1)$ სიმრავლე მთელი რიცხვითი ღერძი?
- 9 a ცვლადის რა მნიშვნელობებისათვის არის $[a;7) \cap (-1;5)$ სიმრავლე ცარიელი?
- 10 რამდენი მთელი ამონახსნი აქვს უტოლობას?
ა) $-2 < y \leq 0$; ბ) $-2 \leq y \leq 0$; გ) $-2 \leq y < 0$; დ) $-2 < y < 0$.

11

რამდენი მთელი ამონახსნი აქვს უტოლობას?

ა) $10 < x \leq 14$; ბ) $10 < x < 14$; გ) $10 \leq x \leq 14$; დ) $10 \leq x < 14$.

12

ცვლადის რა მნიშვნელობებისათვის აქვს აზრი მოცემულ გამოსახულებას?

ა) $\sqrt{3x-6}$; ბ) $\sqrt{1-4a}$; გ) $\frac{\sqrt{10-n}}{2}$

13

ამოხსენი უტოლობა:

ა) $6(1-a)-8(3a+1)+30a > -5$; ბ) $\frac{1-2x}{3} - \frac{4-3x}{6} \leq \frac{3}{4}$; გ) $4(x+1) \geq 4x+1$

14

დაწერე რიცხვითი შუალედი, რომელიც ა) $x > 8$; ბ) $x \leq 5$ უტოლობის ამონახსნია.

15

მწყემსებს ფერმერი ყოველთვიურად 1000-1000 ლარს უხდოდა. ფერმერმა გადაწყვიტა მწყემსების რაოდენობის 50%-ით შემცირება, ხოლო დარჩენილებისთვის გასამრჯელოს 50%-ით მომატება. როგორ შეიცვლება ფერმერის ყოველთვიური სახელფასო ხარჯი?



ჯგუფური სამუშაო

1. სანდრომ ბანკიდან 6-თვიანი ავტოსესხი აიღო – 24 000 ლარი. მან ბანკს ყოველთვიურად უნდა დაუბრუნოს მთლიანი სესხის $\frac{1}{6}$ ნაწილი და ამასთან, გადაიხადოს მოცემულ თვეში არსებული დავალიანების 2%. დაახლოებით რა თანხა ექნება სანდროს გადასახდელი 1-ლ, მე-2, მე-3 და მე-4 თვეებში ცალ-ცალკე? სულ?



2. ფირმამ ბანკიდან აიღო 12-თვიანი კრედიტი – 60000 ლარი. ფირმამ ყოველთვიურად უნდა გადაიხადოს კრედიტის მეთორმეტედი ნაწილი და მოცემულ თვეში არსებული დავალიანების 1,5%. რა თანხას გადაიხდის ფირმა პირველ თვეში? მეექვსე თვეში? სულ?

მეექვსე თავის მიმოხილვა

რა ვისწავლეთ ამ თავში?

- პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულების გრაფიკი;
- წრფივი დამოკიდებულების და მისი გრაფიკი;
- წრფივი დამოკიდებულების გრაფიკის აგება;
- ორუცნობიანი განტოლების გრაფიკი;
- რას ეწოდება ორუცნობიანი განტოლების ამონახსნი;
- ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გრაფიკული მეთოდი;
- ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ჩასმის ხერხი;
- ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ალგებრული შეკრების ხერხი;
- წრფივი უტოლობის ამოხსნა;
- რიცხვითი შუალედების ჩაწერა;
- ამოცანების ამოხსნა განტოლებათა სისტემისა და უტოლობის გამოყენებით.

უპასუხე კითხვებს:

- რას ეწოდება განტოლებათა სისტემის ამონახსნი?
- ჩამოაყალიბე, რაში მდგომარეობს განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ჩასმის ხერხი; შეკრების ხერხი; გრაფიკული ხერხი.
- ერთმანეთისადმი რა მდებარეობა შეიძლება ჰქონდეს ორ წრფეს სიბრტყეზე?
- რას წარმოადგენს გეომეტრიულად წრფივი ორუცნობიანი განტოლების ამონახსნი?
- როგორ ახსნი გეომეტრიულად იმ ფაქტს, რომ განტოლებათა სისტემას: ა) არა აქვს ამონახსნი? ბ) აქვს ერთადერთი ამონახსნი? გ) აქვს უამრავი ამონახსნი?
- როგორ ჩაწერ არაუარყოფითი რიცხვების სიმრავლეს შუალედის სახით?
- როგორ ჩაწერ მოდულით 1-ზე ნაკლები რიცხვების სიმრავლეს შუალედის სახით?

შეურჩიე მარცხენა სვეტში მოცემულ წინადადებას სიტყვა მარჯვენა სვეტიდან

$y=kx+b$ ფორმულით მოცემულ დამოკიდებულებას ----- დამოკიდებულება ეწოდება.	ერთადერთი
განტოლების ნულისაგან განსხვავებულ რიცხვზე გამრავლებით მოცემულის ----- განტოლება მიიღება.	წრფივი
თუ უტოლობის ორივე მხარეს ----- რიცხვზე გავამრავლებთ, უტოლობის ნიშანი შეიცვლება.	პარალელური
თუ წრფივ განტოლებათა სისტემაში შემავალი განტოლებების გრაფიკები იკვეთება, მაშინ სისტემას ----- ამონახსნი აქვს.	ტოლფასი
$y=b$ ფორმულით მოცემული განტოლების გრაფიკი აბსცისათა ღერძის -----.	უარყოფით
$x=a$ განტოლების გრაფიკი აბსცისათა ღერძის -----.	პერპენდიკულარულია

- 1 $6x+3y=9$ განტოლება ჩაწერე $y=kx+b$ სახით. დაასახელე k და b .
- 2 ჩაწერე იმ წრფის განტოლება, რომელიც წარმოადგენს საკოორდინატო სიბრტყის მეორე და მეოთხე მეოთხედების ბისექტრისას.
- 3 ჩაწერე $y=k_1x+b_1$ და $y=k_2x+b_2$ წრფეთა პარალელურობის პირობა.
- 4 დაასახელე $5x+3y=8$ განტოლების ორი ამონახსნი.
- 5 არის თუ არა $2x-5y=12$ განტოლების ამონახსნი რიცხვთა წყვილი: $(-1;2)$? $(1;-2)$? $(0;0)$?
- 6 იპოვე $3x+4y=10$ წრფის საკოორდინატო ღერძებთან გადაკვეთის წერტილები.
- 7 ამოხსენი განტოლებათა სისტემა:

ა) $\begin{cases} 5x + 2y = 8, \\ 3x - y = 7. \end{cases}$	ბ) $\begin{cases} 3x + 2y = 11, \\ 2x - y = -6. \end{cases}$	გ) $\begin{cases} -x + 2y = 21, \\ 3x - y = 25. \end{cases}$
დ) $\begin{cases} 5x + 2y = 12, \\ 10x + 4y = 6. \end{cases}$	ე) $\begin{cases} 5x + 2y - 14 = 0, \\ 3x - y + 27 = 6. \end{cases}$	ვ) $\begin{cases} -2x + 7y = 21, \\ 0,5x - 5y = 2. \end{cases}$
- 8 ამოხსენი განტოლებათა სისტემა გრაფიკული მეთოდით:

ა) $\begin{cases} 3x - y = 2, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$	ბ) $\begin{cases} 2x - y = 2, \\ -x + y = -1. \end{cases}$
---	--
- 9 ააგე მოცემული განტოლების გრაფიკი და იპოვე მისი საკოორდინატო ღერძებთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები.
 ა) $x+y-7=0$; ბ) $3x+y+7=0$; გ) $2x-y=12$; დ) $-5y=-5$.
- 10 გრაფიკის აუგებლად გამოთვალე $x+2y+4=0$ განტოლების გრაფიკის საკოორდინატო ღერძებთან გადაკვეთის წერტილთა კოორდინატები.
- 11 $kx+y=10$ განტოლების ერთ-ერთი ამონახსნია $(-2; 4)$. იპოვე ამ განტოლების გრაფიკის აბსცისათა ღერძთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები.
- 12 მოცემულია სისტემა: $\begin{cases} x - 3y = a, \\ 2x + 4y = b. \end{cases}$. ცნობილია, რომ $(5;2)$ წყვილი წარმოადგენს ამ სისტემის ამონახსნს. იპოვე a და b .
- 13 გაარკვე, შემდეგი სისტემებიდან რომელს აქვს ერთადერთი ამონახსნი, რომელს არა აქვს ამონახსნი, რომელს აქვს უამრავი ამონახსნი:

ა) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x + 4y = 2. \end{cases}$	ბ) $\begin{cases} 2 + x = y, \\ 2x - 2y = 4. \end{cases}$	გ) $\begin{cases} x - 2y = 2, \\ x + y = -1. \end{cases}$
--	---	---
- 14 ააგე $y=2+x$ განტოლების გრაფიკი და აბსცისათა ღერძზე მიუთითე ყველა იმ x რიცხვის სიმრავლე, რომლებისთვისაც:

ა) $y > 0$;	ბ) $y < 2$;	გ) $-2 < y < 0$;	დ) $y \leq -2$.
--------------	--------------	-------------------	------------------

15

მოცემულია ორი წრფივი დამოკიდებულება: $y=x-1$ და $y=2x+1$.

- ა) ააგე ორივე დამოკიდებულების გრაფიკი;
- ბ) აგებული გრაფიკების მიხედვით დაადგინე იმ აბსცისების სიმრავლე, რომლებსთვისაც პირველი გრაფიკის წერტილთა ორდინატები მეტია მეორე გრაფიკის წერტილთა ორდინატებზე;
- გ) დაწერე შესაბამისი უტოლობა, ამოხსენი და მიღებული პასუხი შეადარე გრაფიკის საშუალებით მიღებულ პასუხს.

16

ააგე $y=-x+4$ წრფე და ორდინატთა ღერძზე მიუთითე ყველა იმ y რიცხვის სიმრავლე, რომლებისთვისაც:

- ა) $x>0$; ბ) $x>3$; გ) $-3 < x < 2$; დ) $x \geq -1$.

17

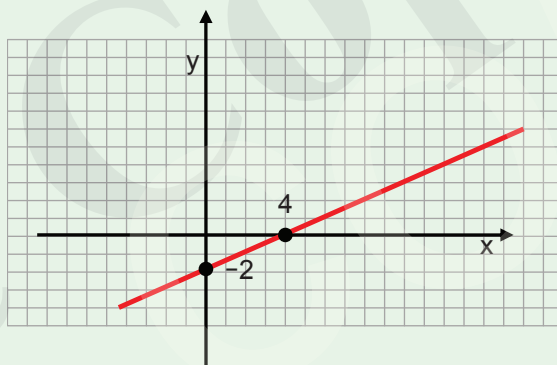
ამოხსენი უტოლობა:

- ა) $7x-6>5x+2$; ბ) $3-2x>5+2x$; გ) $6x-5<x+1$; დ) $\frac{x-3}{2} - \frac{x+2}{3} > 1$.

18

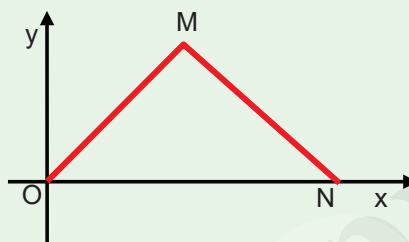
ნახაზზე მოცემულია წრფივი განტოლების გრაფიკი.

- ა) მოძებნე გრაფიკის იმ წერტილთა აბსცისების სიმრავლე, რომელთა ორდინატები უარყოფითია;
- ბ) მოძებნიმ წერტილთა ორდინატების სიმრავლე, რომელთა აბსცისები მოთავსებულია (3; 7) შუალედში;
- გ) გაარკვიე, რა განტოლების გრაფიკია მოცემული წრფე.



19

ნახაზზე მოცემული ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე $ON=12$, ხოლო ფართობი – 48. დაწერე OM და MN წრფეების განტოლებები.



20

ორი ტურისტი ერთი და იმავე პუნქტიდან ერთდროულად გამოვიდა. ერთის მოძრაობის სიჩქარეა 4 კმ/სთ, ხოლო მეორის – 3 კმ/სთ.

დაწერე ტურისტებს შორის მანძილის დროზე დამოკიდებულების განტოლება, თუ:

- ა) ორივე ტურისტი აღმოსავლეთის მიმართულებით მოძრაობს;
- ბ) ერთი ტურისტი აღმოსავლეთის მიმართულებით მოძრაობს, ხოლო მეორე – დასავლეთის მიმართულებით;
- გ) ერთი ტურისტი აღმოსავლეთის მიმართულებით მოძრაობს, ხოლო მეორე – სამხრეთის მიმართულებით.

გამოიყენე მიღებული განტოლებები და სამივე შემთხვევაში გამოთვალე ტურისტებს შორის მანძილი 3 საათის შემდეგ.

21

$S=240-60t$ ფორმულით მოცემულია A ქალაქიდან B ქალაქისკენ მოძრავი ავტომობილის B-მდე S მანძილის (კილომეტრებში) t (საათებში) დროზე დამოკიდებულების განტოლება.

- ა) რა მანძილია ქალაქებს შორის?
 ბ) რა სიჩქარით მოძრაობს ავტომობილი?
 გ) რა დროს იქნება ავტომობილი A ქალაქიდან 90კმ მანძილზე?
 დ) რა დროში ჩავა ავტომობილი B ქალაქში?

22 ჩაწერე სიმრავლე შუალედის სახით:
 ა) $x > 1,5$; ბ) $x \leq 0$; გ) $0 < x < 3,4$; დ) $-1,1 \leq x < 0,16$.

23 k საკუთხო კოეფიციენტის რა მნიშვნელობისათვის გადის $y=kx$ განტოლების გრაფიკი $x-y=1$ და $x+y=5$ განტოლებათა გრაფიკების გადაკვეთის წერტილზე?

24 იპოვე $x-2y=1$ და $2x+y=7$ განტოლებათა გრაფიკების გადაკვეთის წერტილიდან კოორდინატთა სათავემდე მანძილი.

25 გამოთვალე იმ ფიგურის ფართობი, რომელიც შემოსაზღვრულია $x-y=0$, $x+y=0$ და $x+2=0$ განტოლებათა გრაფიკებით.

26 მოცემულია ორი სიმრავლე $A=(-1; 5)$ და $B=(0; \sqrt{28}]$. ჩაწერე შუალედის სახით სიმრავლე ა) $A \cup B$; ბ) $A \cap B$.

27 ლექსომ უთხრა დათოს: „100 ლარი მომეცი და მე შენზე ორჯერ მეტი თანხა მექნება“. დათომ უპასუხა: „შენ მომეცი მხოლოდ 10 ლარი და მე შენზე 6-ჯერ მეტი თანხა მექნება“. გაიგე, რა თანხა ჰქონდა თითოეულს.

28 სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 12სმ. რა სიგრძის შეიძლება იყოს ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლე, თუ ცნობილია, რომ სამკუთხედის ფართობი 24სმ²-ს არ აღემატება?

29 ავზს ორი ონკანი აქვს. თუ პირველ ონკანს 5 წთ-ით, ხოლო მეორეს 10 წთ-ით გავხსნით, ავზის მეოთხედი აივსება. თუ პირველ ონკანს 10, ხოლო მეორეს 30 წუთით გავხსნით, ავზის $\frac{3}{5}$ ნაწილი აივსება. რა დროში აავსებს ავზს თითოეული ონკანი?

30 ორი ნაკვეთიდან მიღებულმა ხორბლის მოსავალმა 60 ც შეადგინა. თუ პირველი ნაკვეთიდან მოსავალი 10%-ით, ხოლო მეორე ნაკვეთიდან 20%-ით მეტი იქნება, მაშინ მოსავლის საერთო რაოდენობა 68 ც შეადგენს. რამდენი ცენტნერი მოსავალი აიღეს თითოეული ნაკვეთიდან?

აბა, სცადე!

ფერმერს აქვს ორი სხვადასხვა შაქრიანობის ყურძენი: ერთი სახეობა შეიცავს 17% შაქარს, მეორე — 25%-ს. ღვინის დასამზადებლად ფერმერმა ამ ორი სახეობის შერევით უნდა მიიღოს 1 ტონა 19%-დან 21%-მდე შაქრიანობის მქონე ნარევი. რა ფარგლებში უნდა იყოს ნარევი 17% შაქრიანობის მქონე ყურძნის მასა?

ტესტი №6

- რომელი განტოლების ამონახსნია რიცხვთა $(1; -2)$ წყვილი?
 ა) $x-y=-4$; ბ) $2x-y=7$; გ) $4x+y=2$; დ) $0,5x-1,3y=-1,4$.
- რომელია $x+4y=8$ განტოლების ამონახსნი?
 ა) $(0; 2)$; ბ) $(2; -1)$; გ) $(-2; 1)$; დ) $(1; 0)$.
- რომელ განტოლებას არა აქვს ამონახსნი?
 ა) $x+y=0$; ბ) $x^3=y^3$; გ) $x^2+y^2=-1$; დ) $|x|+|y|=2$.
- მოცემული განტოლებების გრაფიკებიდან რომელი გადის კოორდინატთა სათავეზე?
 ა) $x+y=18$; ბ) $0,5x-y=20$; გ) $6x-5y=-3$; დ) $x+5y=0$.
- რომელი განტოლების გრაფიკი წარმოადგენს წრფეს?
 ა) $x+y=6$; ბ) $\frac{2}{x}-6y=0$; გ) $x^2+y=1$; დ) $3xy=5$.
- რომელი განტოლების გრაფიკი კვეთს ორდინატთა ღერძს $(0; 2)$ წერტილში?
 ა) $2x+y=6$; ბ) $3z+y=-15$; გ) $x-6y=-12$; დ) $-4x+5y=-5$.
- $y-2x=5$ განტოლებას:
 ა) აქვს ერთადერთი ამონახსნი; ბ) აქვს უამრავი ამონახსნი;
 გ) არ გააჩნია ამონახსნი; დ) აქვს მხოლოდ ორი ამონახსნი.
- $y+x=-5$ განტოლების გრაფიკია:
 ა) მონაკვეთი; ბ) წერტილი; გ) წრფე; დ) ტეხილი.
- $x-y=-3$ განტოლების გრაფიკი ორდინატთა ღერძს კვეთს წერტილში:
 ა) $(3;3)$; ბ) $(-3;-3)$; გ) $(3;0)$; დ) $(0;3)$.
- $y=3$ წრფე
 ა) ორდინატთა ღერძის პარალელურია; ბ) გადის სათავეზე;
 გ) აბსცისათა ღერძის პარალელურია; დ) აბსცისათა ღერძის მართობულია.
- $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ x + 4y = 7. \end{cases}$ განტოლებათა სისტემის ტოლფასი სისტემაა.
 ა) $\begin{cases} 3x - 4y = 20, \\ x + 4y = 7. \end{cases}$ ბ) $\begin{cases} 3x - 4y = 5, \\ 3x + 4y = 7. \end{cases}$ გ) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 3x + 4y = 21. \end{cases}$ დ) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 3x + 12y = 21. \end{cases}$
- ორნიშნა რიცხვის ციფრთა ჯამია 12. თუ ამ რიცხვის ჩანაწერში ციფრებს გადავანაცვლებთ, მივიღებთ მოცემულ რიცხვზე 36-ით ნაკლებ რიცხვს. ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი ციფრია თავდაპირველი რიცხვის ათეულების ციფრი?
 ა) 5; ბ) 8; გ) 9; დ) 7.
- $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 6x + 12y = 6. \end{cases}$ განტოლებათა სისტემას:
 ა) აქვს ერთადერთი ამონახსნი; ბ) აქვს უამრავი ამონახსნი;
 გ) არ გააჩნია ამონახსნი; დ) აქვს მხოლოდ ორი ამონახსნი.

14. $\begin{cases} 2x - y = 0, \\ x + y = 6. \end{cases}$ განტოლებათა სისტემის ამონახსნია რიცხვთა წყვილი, რომლის შესაბამისი წერტილი საკოორდინატო სიბრტყის:
- ა) I მეოთხედშია; ბ) II მეოთხედშია; გ) III მეოთხედშია; დ) სათავეა.
15. მოცემული შუალედებიდან რომელს ეკუთვნის $\sqrt{3}$?
- ა) $[-1; 1)$; ბ) $(2; 3)$; გ) $(1; 1,7]$; დ) $(1,7; 1,8)$.
16. განტოლებათა $\begin{cases} 2,5x - 0,5y = -8,5, \\ 2x + 5y = 4. \end{cases}$ სისტემის ამონახსნია რიცხვთა წყვილი, რომლის შესაბამისი წერტილის კოორდინატების ჯამია ა) 0; ბ) 1; გ) -1; დ) -2.
17. რამდენი მთელი რიცხვია $(-6; \sqrt{35}]$ შუალედში? ა) 11; ბ) 10; გ) 12; დ) 13.
18. ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომელი ეკუთვნის $(\sqrt{8}; 4)$ შუალედს?
- ა) $\sqrt{8}$; ბ) 4; გ) 2,5; დ) $\sqrt{10}$
19. რამდენი ნატურალური რიცხვია $[-1; 7,5]$ შუალედში?
- ა) 11; ბ) 7; გ) 8; დ) 9.
20. $7-2x > 4$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა:
- ა) $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$; ბ) $\left[\frac{11}{2}; +\infty\right)$; გ) $(-\infty; 5,5]$; დ) $(-\infty; 1,5]$.
21. თუ ნახაზზე მოცემულია $y=kx+b$ განტოლების გრაფიკი, მაშინ:
- ა) $k=0$ და $b>0$; ბ) $k>0$ და $b<0$; გ) $k<0$ და $b>0$; დ) $k<0$ და $b<0$.
22. თუ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეთა ჯამია 17სმ, სხვაობა კი 7სმ, მაშინ ჰიპოტენუზის სიგრძეა:
- ა) 6სმ; ბ) 8სმ; გ) 13სმ; დ) 10სმ.
23. თუ წილადის მრიცხველს შევამცირებთ, მნიშვნელს კი გავზრდით - 1-ით, მივიღებთ $\frac{1}{2}$ -ს, ამასთან, წილადის მრიცხველისა და მნიშვნელის ჯამია 12. იპოვე მრიცხველისა და მნიშვნელის სხვაობა.
- ა) 2; ბ) -2; გ) 3; დ) -3.
24. $(-2; 5)$ და $(-\sqrt{2}; 7)$ შუალედების თანაკვეთაა:
- ა) $(-2; 7)$; ბ) $(-2; -\sqrt{2})$; გ) $(-\sqrt{2}; 2)$; დ) $(-\sqrt{2}; 5)$;
25. $(\sqrt{15} - 4)x \leq 0$ უტოლობის ამონახსნია:
- ა) $[0; +\infty)$; ბ) $[-\infty; 0)$; გ) $(-\infty; 0]$; დ) $\emptyset$.

