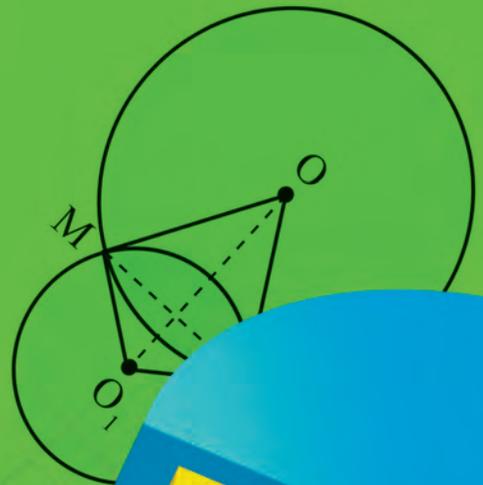
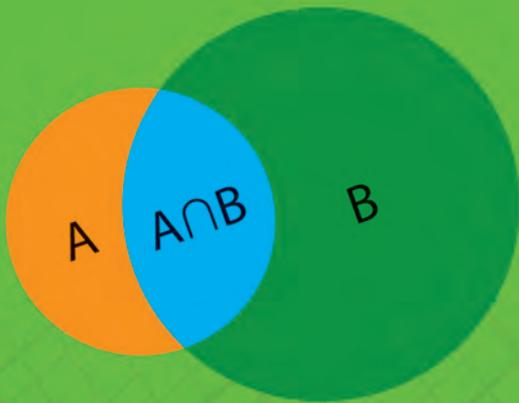


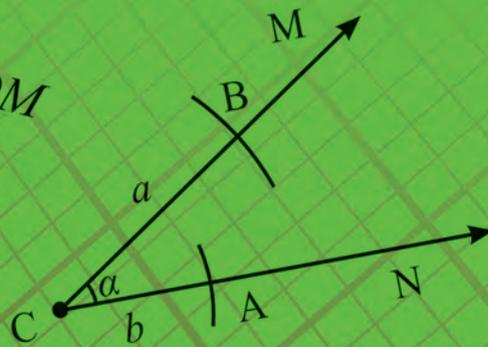
Тина Бекаури
Автандил Сагинашвили
გიორგი Бекаури

Математика

7



$$\Delta AOM = \Delta BOM$$



Часть

1





საქართველოს სახელმწიფო ჰიმნი თავისუფლება

ჩემი ხატია სამშობლო,
სახატე მთელი ქვეყანა,
განათებული მთა-ბარი,
წილნაყარია ღმერთთანა.
თავისუფლება დღეს ჩვენი
მომავალს უმღერს დიდებას,
ცისკრის ვარსკვლავი ამოდის
და ორ ზღვას შუა ბრწყინდება,
დიდება თავისუფლებას,
თავისუფლებას დიდება.

ლექსი დავით მაღრაძისა

Тина Бекаури
Автандил Сагинашвили
Гиორги Бекаури

Математика 7

Часть I

Учебник VII класса

В 2019 году присвоен гриф Министерства
образования, науки, культуры и спорта Грузии

2020

Тина Бекаури, Автандил Сагинашвили, Георгий Бекаури

Математика 7

Часть I

Учебник VII класса

Редактор: Автандил Сагинашвили

Дизайн обложки: Иване Сагинашвили

Дизайн и верстка: Алекси Кахниашвили

Перевод: Елены Куртанидзе

© Все права защищены

Тина Бекаури, Автандил Сагинашвили, Георгий Бекаури

ISBN 978-9941-8-2413-5

Содержание

Условные знаки и рубрики, используемые в учебнике	6
Глава 1. Положительные и отрицательные числа.....	8
1.1 Множество	9
1.2 Объединение и пересечение множеств	16
1.3 Положительные и отрицательные числа	21
1.4 Числовая прямая.....	25
1.5 Противоположные числа. Сравнение чисел	28
1.6 Модуль числа	33
1.7 Сложение чисел.....	36
1.8 Вычитание чисел.....	42
1.9 Умножение и деление чисел.....	47
1.10 Вычисление значения числового выражения	52
1.11 Калькулятор.....	56
Обзор Главы 1.....	60
Тест № 1	65
Глава 2. Многоугольники	68
2.1 Геометрические фигуры.....	69
2.2 Луч, отрезок, ломаная	74
2.3 Смежные и вертикальные углы	80
2.4 Многоугольник	84
2.5 Треугольник	88
2.6 Задачи на построение. Практическая работа.....	92
2.7 Свойства параллельных прямых	97
2.8 Свойства углов треугольника	99
2.9 Равнобедренный треугольник	103
2.10 Равенство треугольников. Первый признак равенства.....	108
2.11 Второй признак равенства треугольников.....	111
2.12 Третий признак равенства треугольников	114
2.13 Признаки равенства прямоугольных треугольников.....	117
2.14 Построение треугольников.....	121
2.15 Хорда и касательная окружности	126
2.16 Практические задания	130
Обзор Главы 2	134
Тест №2	140
Ответы	146
Толковый словарь терминов	149
Предметный поиск	152

Условные обозначения и рубрики, используемые в учебнике

Условные обозначения



– Стандартные задания, относящиеся к теме параграфа



– Нестандартные (высокий когнитивный уровень) задания, относящиеся к теме параграфа



– Задания для повторения пройденного материала



– Задания, выполнение которых требует использования информационно-коммуникационных технологий

Рубрики

Это интересно! - Информация историко-познавательного содержания

Возможно ли это?

Ну-ка, попробуй!



Задания исследовательского характера

Работа в группах

Работа в парах



Задания, которые группы или пары учеников выполняют в классе.

Написание имен числительных

Склонение имен числительных

Именительный	один	девять	одна вторая
Родительный	одного	девяти	одной второй
Дательный	одному	девяти	одной второй
Винительный	один	девять	одну вторую
Творительный	одним	девятью	одной второй
Предложный	об одном	о девяти	об одной второй

Количественные имена числительные

Пишутся слитно:

- Названия сотен. Например, двести, тысяча, миллион.

Остальные имена числительные пишутся раздельно. Например, пять, двадцать пять, сто двадцать пять, тысяча девятьсот двадцать пять.

Порядковые имена числительные

Если мы используем арабские цифры, чтобы передать содержание порядкового имени числительного, то к цифрам необходимо добавить буквенное падежное окончание.

- Буквенное падежное окончание в порядковых числительных может быть однобуквенным или двухбуквенным.
 - 1) Окончание должно быть однобуквенным, если последней букве числительного предшествует гласный звук: 5-й (пятый), 25-я (двадцать пятая), в 32-м (в тридцать втором), в 14-м ряду (в четырнадцатом).
 - 2) Окончание должно быть двухбуквенным, если последней букве предшествует согласный: 5-го (пятого), 25-му (двадцать пятому), 32-го (тридцать второго), 14-го (четырнадцатого).
 - 3) Если подряд следуют два порядковых числительных, разделенных запятой или соединенных союзом, падежное окончание добавляется к каждому из них: 1-й, 2-й; 80-ые и 90-ые.
 - 4) Если подряд следуют более двух порядковых числительных, разделенных запятой, точкой с запятой или соединенных союзом, то падежное окончание добавляют только у последнего числительного: 1, 2 и 3-й, 70, 80, 90-е.
- При использовании римских цифр любые буквенные окончания излишни. Эти цифры сами выражают порядок.

Глава 1. Положительные и отрицательные числа

В этой главе вы изучите:

- ❖ Понятия множества и подмножества, объединение и пересечение множеств;
- ❖ Отрицательные числа и расположение чисел на числовой прямой;
- ❖ Модуль числа и сравнение чисел;
- ❖ Четыре арифметических действия над положительными и отрицательными числами;
- ❖ Применение свойств арифметических действий и калькулятора для вычисления значения числового выражения.

После изучения главы ты сможешь:

- ❖ Представлять отношение, объединение и пересечение множеств в виде диаграмм;
- ❖ Применять отрицательные числа для описания повседневной ситуации;
- ❖ Применять числовую прямую и числовой модуль для сравнения чисел;
- ❖ Выполнять все четыре арифметические операции над положительными и отрицательными числами;
- ❖ Использовать свойства арифметических операций и калькулятор для упрощения вычислений;
- ❖ Решать интересные задачи, используя положительные и отрицательные числа.



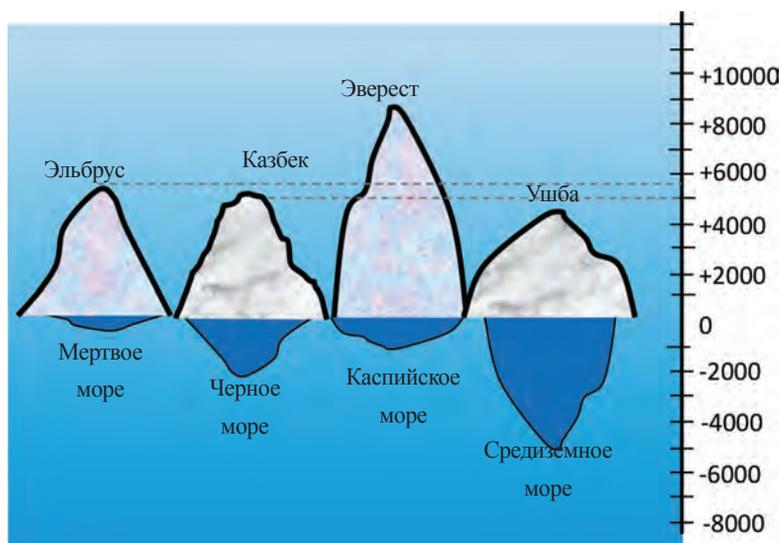
«Я мыслю, следовательно, я существую».

Рене Декарт
1596-1650

Положительные и отрицательные числа были впервые связаны с числовой прямой французским философом и математиком Рене Декартом.

Проект «Классная экскурсия»

1. Обдумай экскурсионный маршрут;
2. Запиши, какие музеи и исторические памятники вы посетите;
3. Составь смету с учетом:
 - а) расходов на дорогу;
 - б) расходов на продукты;
 - в) стоимости входного билета в музей;
 - г) прочих расходов.
4. Вычисли, сколько будет стоить каждому однокласснику запланированная тобой экскурсия;
5. Подготовься к презентации проекта.



1.1 Множество



Цель

1. Ознакомится с понятиями множества и подмножества.
2. Уметь изобразить их с помощью диаграммы.

Во многих случаях, предметом нашего обсуждения является не отдельный объект, а их определенная группа, набор, совокупность. Например, мы могли бы обсудить:

- не отдельную картину, а коллекцию картин;
- не одного игрока, а футбольную команду;
- не отдельную точку плоскости, а такую совокупность точек, как отрезок.

Для обозначения различных наборов, групп или совокупностей в математике используется единый термин - **множество**. Правильное представление о множестве как о математическом понятии может быть сформулировано путем введения конкретных примеров и общих свойств множеств. Например, предметом обсуждения могут быть:

- множество хранящихся в Национальной библиотеке книг;
- множество парт в классе;
- множество натуральных чисел;
- множество точек данного треугольника;
- множество четырехугольников и т. д.

Составляющие объекты множества называются **элементами** множества. Элементами множества натуральных чисел являются числа: 1, 2, 3 и т. д. Число 9 является элементом множества натуральных чисел, а число 2,5 не является элементом множества натуральных чисел.

Для записи множества используют фигурные скобки. Например, множество, состоящее из элементов a , b , c и d , можно записать следующим образом: $\{a, b, c, d\}$. Множество однозначных натуральных чисел запишется таким образом: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. В то же время, обратите внимание, что последовательность элементов в списке не имеет значения. Например, $\{a, i\}$ и $\{i, a\}$ являются одним и тем же множеством.

В виде списка элементов можно представить только те множества, число элементов которых является конечным, или **конечные множества**.

Чтобы представить **бесконечное множество**, указывают свойства, которые имеет каждый элемент этого множества и не имеет ни один другой. Например, множество нечетных натуральных чисел, кратных 5, представляет собой бесконечное множество, элементами которого являются числа: 5, 15, 25, 35, 45

Множество является определенным, если точно известно, какой элемент принадлежит этому множеству, а какой нет.

Множество, как правило, обозначается большими латинскими буквами: A, B, C, \dots , а элементы множества - маленькими латинскими буквами: a, b, c, \dots . Тот факт, что x является элементом множества A , записывается следующим образом: $x \in A$ и читается так: « x принадлежит A ». Запись $y \notin B$ читается: « y не принадлежит B » и означает, что y не является элементом множества B .

Рассмотрим множество четных натуральных чисел, кратных 3. Обозначим это множество A . Множество A бесконечно, его элементами являются числа: 6, 12, 18, 24 Обозначим B множество натуральных чисел, кратных 6. Элементы множества B : 6, 12, 18, 24 Как видим, множество A и B состоят из одинаковых элементов. В этом случае мы говорим, что множества A и B **равны**, и пишем: $A = B$.

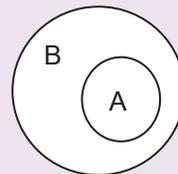
Множества, состоящие из одинаковых элементов, называются равными множествами.

Предположим, что A - это множество учеников седьмого класса, а B - множество учеников той же школы. Каждый семиклассник, очевидно, является учеником школы. Следовательно, множество A является частью множества B или подмножеством B .

Множество A называется подмножеством множества B , если каждый элемент множества A является одновременно элементом множества B .

Тот факт, что множество A является подмножеством множества B , записывается как: $A \subset B$. Для визуализации отношения между множествами используется диаграмма Венна.

Например, отношение $A \subset B$ на диаграмме Венна выглядит следующим образом. Элементы множества A условно соответствуют точкам малого круга на рисунке, а элементы множества B - точкам большого (внешнего) круга.



Каждое множество A является своим подмножеством: $A \subset A$.

Множество, которое не содержит никакого элемента, называется пустым множеством. Примеры пустых множеств: множество нечетных чисел, кратных 2, количество живущих на Луне людей и так далее. Пустое множество обозначается символом \emptyset . Пустое множество - это подмножество любого множества.

Число элементов конечного множества A обозначается $n(A)$. Например, если $A = \{a, b, c\}$, то $n(A) = 3$, а если $A = \{a, b, c, 5, 7\}$, то $n(A) = 5$. Очевидно, что $n(\emptyset) = 0$.

Каждый элемент включен в множество только один раз. Например, множество простых множителей при разложении 18 на простые множители ($18 = 2 \times 3 \times 3$) будет: $\{2, 3\}$, а не $\{2, 3, 3\}$.

Ответь на вопросы:

1. Является ли число 42 элементом множества двузначных натуральных чисел, кратных семи? Принадлежит ли число 7 этому множеству? 54?
2. Как читается и что означает запись $x \in E$? Запись $c \notin F$?
3. Какие множества называются конечными множествами?
4. Какие множества называются равными?
5. Как определяется подмножество множества?
6. Как читается и что означает запись $D \subset E$?

Упражнения

- 1
- а) Назови несколько элементов множества городов Грузии;
 - б) Назови несколько элементов множества прибрежных городов;
 - в) Назови город, который принадлежит множеству городов Грузии, но не принадлежит множеству прибрежных городов;
 - г) Назови элемент, который принадлежит множеству прибрежных городов, но не принадлежит множеству городов Грузии.



- 2
- Рассмотрим множество $S = \{a, b, g, д, е, 2, 5, 3, 1, 0\}$.
- а) Сколько элементов в этом множестве?
 - б) Запиши множество латинских букв, входящих во множество S . Сколько элементов в этом множестве?
 - в) Сколько элементов множества S составляют буквы грузинского алфавита?
 - г) Сколько элементов множества S не являются натуральными числами?
 - д) Какую часть от общего количества элементов множества S составляют латинские буквы? Натуральные числа?

- 3
- Назови все элементы множества простых чисел меньше двадцати. Сколько элементов в этом множестве? Запиши это множество в виде списка элементов.

- 4
- Назови несколько элементов множества европейских государств. Принадлежит ли этому множеству Германия? Бразилия? Испания? Китай?

- 5
- Предположим, что F - множество несократимых правильных дробей.

- Является ли это множество конечным?
- Какое из следующих утверждений верно?

а) $\frac{1}{2} \in F$; б) $\frac{2}{5} \notin F$; в) $\frac{5}{3} \in F$; г) $\frac{3}{24} \in F$.

- 6
- Предположим, что A - это множество гласных букв русского алфавита. Какое из следующих утверждений верно?

а) $б \in A$; б) $у \in A$; в) $д \notin A$; д) $и \in A$.

- 7
- Какие из следующих множеств являются конечными? Бесконечными?

- а) множество двузначных натуральных чисел;
- б) множество нечетных натуральных чисел;
- в) множество делителей числа 100;
- г) множество натуральных чисел, кратных 3;
- д) множество точек данного отрезка;
- е) множество вершин данного треугольника.

8

Какие из следующих множеств являются конечными? Бесконечными?

- а) множество натуральных чисел;
- б) множество четных натуральных чисел;
- в) множество делителей числа 1000;
- г) множество натуральных чисел, кратных 10;
- д) множество точек данного луча;
- е) множество сторон данного четырехугольника.

9

Назови несколько элементов множества натуральных чисел, кратных 9. Это конечное множество?

10

Опиши словесно бесконечное множество, элементами которого являются:

- а) 1, 3, 5, 7, ...;
- б) 1, 2, 3, 4, ...;
- в) 1, 4, 9, 16, ...;
- г) 10, 100, 1000, 10000, ...

11

Опиши словесно множество, элементами которого являются:

- а) 2, 3, 5, 7, 11, 13 ...;
- б) 9, 18, 27, 36, ...;
- в) а, б, в, г, ...;
- г) a, b, c, d ...

12

Даны четыре множества:

$$A = \{\text{б, р, а, з, и}\}, \quad B = \{\text{б, з, а, р, и}\},$$

$$C = \{\text{а, з, р, и}\}, \quad D = \{\text{з, а, р, и}\}.$$

Какие из следующих записей верны?

- а) $A = B$; б) $A = C$; в) $B \subset C$; г) $D \subset A$;
- д) $\text{б} \in A$; е) $\text{б} \notin B$; ж) $D = C$; з) $C \subset B$.

13

Рассмотри множество $A = \{a, b, c, d, e\}$ и запиши:

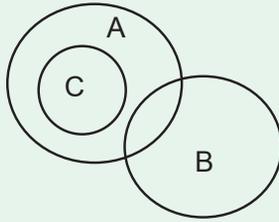
- а) подмножество гласных букв множества A ;
- б) подмножество согласных букв множества A ;
- в) несколько одноэлементных подмножеств множества A ;
- г) несколько четырехэлементных подмножеств множества A .

14

Дано множество $A = \{20, 3, \frac{7}{8}, 0, 4, 5, 8\frac{1}{3}\}$. Запиши:

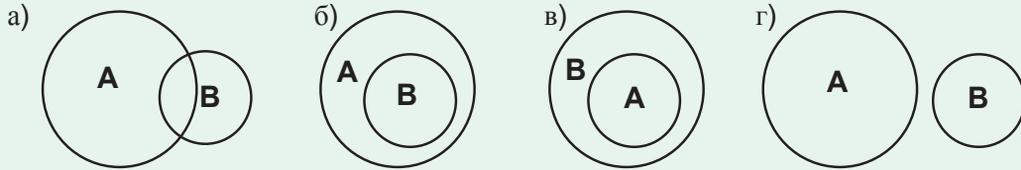
- а) подмножество целых чисел;
- б) подмножество натуральных чисел;
- в) подмножество нечетных чисел;
- г) подмножество чисел, кратных 3;
- д) несколько двухэлементных подмножеств;
- е) несколько трехэлементных подмножеств.

- 15 Согласно данной диаграмме определи, какая запись является правильной:



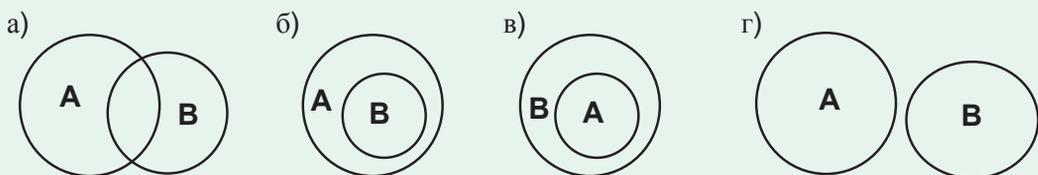
- а) $A \subset B$; б) $A \subset C$;
в) $C \subset A$; г) $B \subset A$.

- 16 Предположим, А - множество учеников в школе, В - множество отличников в школе. На какой из следующих диаграмм изображено отношение между множествами А и В?



- 17 На какой из следующих диаграмм изображено отношение между множествами А и В, если:

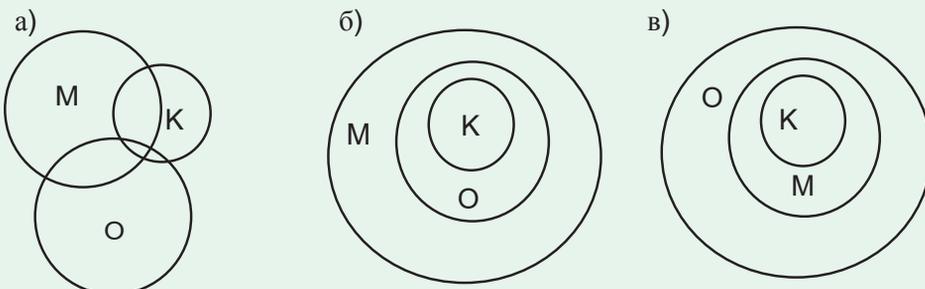
- 1) А - это множество натуральных чисел, а В - это множество четных натуральных чисел?
- 2) А - это множество четных чисел, а В - это множество нечетных чисел?
- 3) А - это множество чисел, кратных 7, а В - это множество чисел, кратных 8?



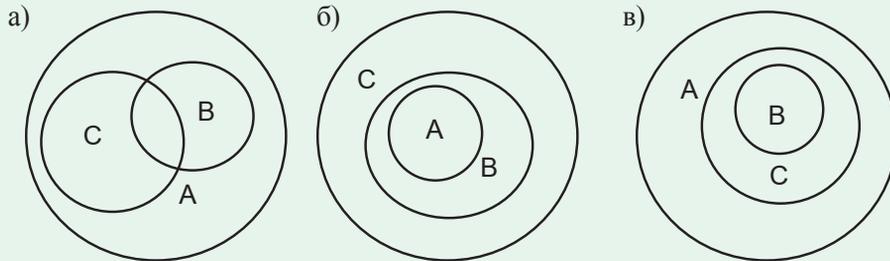
- 18 Чему равно $n(A)$, если А:

- а) множество согласных букв грузинского алфавита?
- б) множество двухзначных чисел, кратных 9?
- в) множество делителей числа 100?
- г) множество простых делителей числа 30?

- 19 Предположим, что М - это множество прямоугольников, К - это множество квадратов, а О - это множество четырехугольников. На какой из следующих диаграмм изображено отношение между множествами М, К и О?

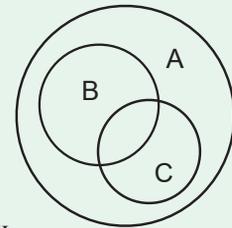


- 20** Предположим, что A - это множество натуральных чисел, кратных 3, B - множество натуральных чисел, кратных 6, а C - множество натуральных чисел, кратных 15. На какой из следующих диаграмм изображено отношение между множествами A , B и C ?



- 21** Какие множества могут быть изображены на данной диаграмме?

- а) A - люди, B - школьники, C - студенты;
 б) A - животные, B - львы, C - тигры;
 в) A - числа, B - простые числа, C - четные числа;
 г) A - числа, B - правильные дроби, C - натуральные числа.



- 22** Предположим, что M кратно 2, F кратно 5, а K кратно 10. Изобрази отношение между этими множествами в виде диаграммы.

- 23** Предположим, что A и B - конечные множества. Какие из следующих утверждений верны?

- а) если $n(A) = n(B)$, то $A = B$;
 б) если $A = B$, то $n(A) = n(B)$;
 в) если $A \subset B$, то $n(A) < n(B)$;
 г) Если $A \subset B$, то $n(A) \leq n(B)$.

24 Напиши в виде смешанных чисел:

- а) $\frac{7}{2}$; б) $\frac{11}{9}$; в) $\frac{23}{13}$; г) $\frac{69}{25}$;
 д) $\frac{17}{16}$; е) $\frac{13}{9}$; ж) $\frac{23}{11}$; з) $\frac{68}{24}$.

25 Сократи дроби:

- а) $\frac{7}{14}$; б) $\frac{8}{16}$; в) $\frac{25}{35}$; г) $\frac{69}{46}$;
 д) $\frac{18}{54}$; е) $\frac{27}{63}$; ж) $\frac{120}{270}$; з) $\frac{155}{25}$.

26 Составь все возможные правильные и неправильные дроби, используя числа 1, 2, 3.

27 Числитель данной дроби умножили на 15. На какое число нужно умножить знаменатель дроби, чтобы получить число

- а) в 5 раз больше; б) в 3 раза меньше заданной дроби?

28 Сравни числа:

- а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{10}$ и $\frac{2}{15}$; в) $\frac{9}{16}$ и $\frac{9}{11}$; г) $1\frac{1}{2}$ и $1\frac{3}{4}$;
д) $\frac{11}{21}$ и $\frac{3}{14}$; е) $\frac{2}{5}$ и $\frac{13}{40}$; ж) $\frac{113}{69}$ и $\frac{800}{1307}$; з) 7 и $\frac{35}{6}$.

29 Эка, Тамуна и Натия помогли библиотекарю обновить книги. Эка восстановила $\frac{1}{8}$ книг, Тамуна - $\frac{5}{16}$, Натия - $\frac{3}{8}$. Какая девочка восстановила больше книг?

30 Гиги правильно решил 15 задач из 20, а Ника решил с ошибками только 3 задачи из 10. Результат какого ученика лучше?

31 В таблице приведены результаты контрольных работ Георгия по трем предметам:

Предмет	Максимум баллов	Набранные баллы
Грузинский язык	100	83
Химия	50	42
Математика	25	20

Какой предмет Георгий знает лучше всего?



Групповая работа

1 Вычисли $n(A)$, если A :

- а) множество делителей на 12;
б) множество двузначных натуральных чисел, кратных 10;
в) множество простых делителей числа 35.

2 Вычисли $n(A) - n(B)$, где:

- а) A - множество трехзначных натуральных чисел, а B - множество двузначных натуральных чисел;
б) A - это множество двузначных чисел, при записи которых используются только нечетные цифры, а B - множество двузначных чисел, при записи которых используются только четные цифры.

3 На окружности отмечены 5 красных и 5 синих точек. A - это множество тех отрезков, один конец которых красная, а другой - синяя точка, а B - это множество отрезков, концы которых - синие точки. Что больше - $n(A)$ или $n(B)$? На сколько?

1.2 Объединение и пересечение множеств



Цель

1. Изучить операции с множествами;
2. Овладеть навыками использования записи множеств для описания различных ситуаций.

Рассмотрим следующие числовые множества:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6, 7\}, C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

Очевидно, что множества A и B представляют собой подмножества множества C . При этом, каждый из элементов множества C принадлежит либо A , либо B , либо обоим. В этом случае говорят, что множество C является объединением множеств A и B , и записывают: $C = A \cup B$.

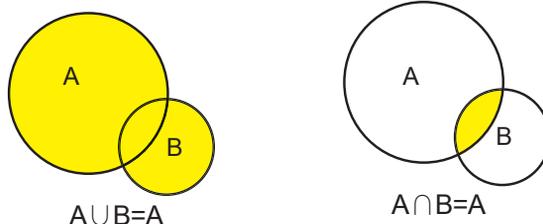
Множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A и B , называется объединением множеств A и B .

Числа 4 и 5 принадлежат как множеству A , так и B . Они создают новое множество, которое состоит из общих элементов множеств A и B .

Множество, состоящее из всех элементов, которые одновременно принадлежат как множеству A , так и множеству B , называется пересечением множеств A и B .

Пересечение множеств A и B обозначается $A \cap B$ символом. В рассматриваемом случае $A \cap B = \{4, 5\}$.

На нижеприведенных диаграммах множества A и B изображены в виде кругов. Закрашенные части кругов являются в одном случае их объединением, а в другом - пересечением.



Пример 1. Изобразим объединение и пересечение множеств A и B на диаграмме Венна, если:

- $A = \{1, 2, 3\}, B = \{5, 6, 7, 8\};$
- $A = \{1, 2, 3, 8\}, B = \{2, 6, 7, 8, 9\};$
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5\}.$

а)	б)	в)
$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\},$ $A \cap B = \emptyset$	$A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\},$ $A \cap B = \{2, 8\}$	$A \cup B = A,$ $A \cap B = B$

Во всех трех рассмотренных случаях выполняется следующее равенство:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

(Проверь самостоятельно).

Это равенство справедливо для любых двух конечных множеств.

Действительно, если множества A и B не имеют общих элементов, то

$$n(A \cap B) = 0 \text{ и, очевидно, } n(A \cup B) = n(A) + n(B).$$

Если множества A и B имеют общие элементы, они будут участвовать в объединении $A \cup B$ только один раз, а в сумме $n(A) + n(B)$ - дважды. Поэтому, чтобы вычислить $n(A \cup B)$, мы должны вычесть количество этих общих элементов (то есть $n(A \cap B)$) из суммы $n(A) + n(B)$.

Задача

30 своим одноклассникам, Гия роздал анкету, которая состояла из двух вопросов:

- 1) У тебя есть собака?
- 2) У тебя есть кошка?

По результатам анкеты Гия составил следующую таблицу:

Вид животного	Имеет собаку	Имеет кошку	Не имеет ни собаки, ни кошки
Количество учеников	18	15	10

Используя эти данные, нужно узнать:

Какое количество учеников имеет а) хотя бы одного из животных; б) оба животных.

Решение. Предположим, что A - это количество учеников, у которых есть собака, а B - количество учеников, у которых есть кошка.

а) $A \cup B$ будет множеством тех учеников, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B , то есть имеют хотя бы одного из животных. Количество элементов в этом множестве будет равно общему количеству учеников в классе, за вычетом количества учеников, у которых нет животных, то есть $30 - 10 = 20$.

б) Множество $A \cap B$ состоит из тех учеников, которые принадлежат к обоим множествам как A , так и B , то есть учеников, у которых есть и собака, и кошка. Для вычисления их количества используем равенство:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

Если мы введем соответствующие данные в это уравнение, то получим:

$$20 = 18 + 15 - n(A \cap B).$$

Следовательно, $n(A \cap B) = 13$.

Ответ. 20 учеников имеют одно животное, а 13 учеников - оба животных.



Ответ на вопросы:

1. Из каких элементов состоит объединение двух множеств?
2. Из каких элементов состоит пересечение двух множеств?
3. Согласно тексту задания, сколько учеников имеет только собаку? Только кошку?
4. Из какого наибольшего количества элементов может состоять множество, которое представляет объединение множеств из 7 и 9 элементов? Пересечение?
5. Из какого наименьшего количества элементов может состоять множество, которое представляет объединение множеств из 5 и 6 элементов? Пересечение?

Упражнения

1. Даны два множества: $A = \{2, 4, 5, 13\}$, $B = \{3, 5, 6, 13, 7\}$. Составь множества $A \cup B$ и $A \cap B$.
2. Даны два множества: $A = \{11, 25, 26, 27, 30\}$, $B = \{2, 24, 25, 26, 27\}$. Составь множества $A \cup B$ и $A \cap B$. Начерти соответствующие диаграммы.
3. Какое множество является объединением множества четных натуральных чисел и множества нечетных натуральных чисел? Пересечением?
4. Какое множество является пересечением множества чисел, кратных 2, и множества чисел, кратных 3?
5. Какое множество является пересечением множества чисел, кратных 3, и множества чисел, кратных 5?
6. Какое множество является объединением множества чисел, кратных 3, и множества чисел, кратных 6? Пересечением? Начерти соответствующие диаграммы.
7. Из скольких элементов состоит пересечение множества четных чисел и множества простых чисел?
8. Из 100 опрошенных студентов 70 говорят на английском языке, 80 - на русском и 10 - ни на одном из этих языков. Сколько студентов говорят хотя бы на одном из двух языков? Сколько студентов говорят на обоих языках?
9. Из 25 учеников 11 посещают шахматный кружок, 15 - математический, а 7 - оба кружка. Сколько учеников не ходят ни в шахматный, ни в математический кружок?



- 10** Из 22 учеников 14 – светловолосые, а 11 - голубоглазые. Сколько максимум учеников в классе могут быть как светловолосыми, так и голубоглазыми?
- 11** Из 24 учеников 17 черноволосых и 13 черноглазых. Сколько, по крайней мере, учеников в классе могут быть как черноволосыми, так и черноглазыми?
- 12** Узнай, какое множество $F \cup E$ и $F \cap E$, если а) $F \subset E$; б) $E \subset F$; в) $F=E$.
- 13** Докажи, что для любых двух конечных множеств выполняется неравенство:

$$n(A \cup B) \leq n(A) + n(B)$$
- 14** Предположим, что M обозначает множество мальчиков седьмого класса, F - множество девочек, а A - множество отличников. Какое множество:
 а) $M \cup F$? б) $A \cap M$? в) $A \cap F$? г) $M \cap F$?
- 15** Используя обозначения предыдущего задания, объясни, что означает запись:
 а) $M \subset A$? б) $A \subset M$? в) $F \subset A$? г) $A \subset F$? д) $A=F$?
- 16** Обозначим множество черных кур буквой A , множество белых кур - буквой B , а множество кур-несушек - буквой C . Напиши следующие предложения, используя символы \subset , \cup и \cap :
 а) все черные куры являются несушками;
 б) только черные куры являются несушками;
 в) все куры (как белые, так и черные) являются несушками;
 г) ни одна белая курица не является несушкой.
- 17** Расположи числа в порядке возрастания: $2\frac{1}{2}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{23}{7}$, $\frac{13}{70}$.
- 18** Расположи числа в порядке убывания: $1\frac{1}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{8}$.
- 19** При делении числа на 8 получили остаток 3. Какой остаток получится при делении того же числа на 4?
- 20** При делении числа на 10 получили остаток 7. Какой остаток получится при делении того же числа на 5?
- 21** Вычисли:
- а) $\frac{7}{20} + \frac{3}{40}$; б) $\frac{3}{7} + \frac{2}{21}$; в) $\frac{2}{15} + \frac{3}{25}$; г) $\frac{17}{24} + \frac{11}{30}$; д) $\frac{7}{35} + \frac{5}{21}$;
 е) $\frac{7}{20} - \frac{3}{40}$; ж) $\frac{3}{7} - \frac{2}{21}$; з) $\frac{4}{15} - \frac{3}{25}$; и) $\frac{13}{24} - \frac{7}{18}$; к) $\frac{1}{2} - \frac{3}{24}$;
 л) $5\frac{3}{10} - 2\frac{1}{5}$; м) $11 - 3\frac{4}{9}$; н) $8\frac{3}{4} - 7\frac{11}{12}$; о) $8\frac{9}{13} - 7\frac{5}{8}$; п) $2\frac{8}{39} - \frac{8}{9}$.

22 В первый день в магазине было продано $\frac{3}{5}$ тонн картофеля, а во второй день - на $\frac{1}{10}$ тонн больше. Сколько тонн картофеля было продано в магазине за два дня?

23 От доски отрезали кусок, в результате чего длина оставшейся доски составила 5 метров. Сколько метров была бы длина оставшейся доски, если бы от нее отрезали:

а) кусок на $\frac{2}{5}$ метров больше? б) кусок на $\frac{3}{4}$ метра меньше?

24 Используя данные в таблице числа, составь наибольшую дробь, числитель которой будет взят из верхнего ряда, а знаменатель - из нижнего ряда.

1	7	2	13	11	0	17	8
0	5	23	11	3	37	120	39

25 Выбери из каждой строки таблицы по одному числу так, чтобы их сумма была наибольшей. Вычисли эту сумму.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{13}{9}$	$\frac{14}{33}$	0	$\frac{17}{100}$	1
0	$\frac{5}{8}$	$\frac{23}{50}$	$\frac{17}{18}$	3	$\frac{37}{20}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{1}{100}$

Работа в парах

Составь такие подмножества множества $A = \{a, e, л, м, н, о, с, т\}$, при правильном расположении элементов которого получится существительное..

Ну-ка, попробуй!

Проверь правильность следующего предложения, когда $n(A) = 1, 2, 3$.
«Число подмножеств каждого конечного множества A равно $2^{n(A)}$ »



Проект (долгосрочный) «Короткие истории»

Ты встретишь очень много новых тем и терминов в процессе обучения. Найди их истории, подготовь презентацию. Представь свою работу в форме, которую выберешь сам (альбом, брошюра, газета и т. д.)

1.3 Положительные и отрицательные числа



Ознакомиться с положительными и отрицательными числами и использовать их для описания величин.

Для определения ежемесячного баланса учитываются доходы и расходы предприятия. Как различить сумму доходов и расходов в записи?

Договоримся, что доход сокращенно записываем буквой «Д», а расход - буквой «Р». Тогда доход 1000 лари будет записан следующим образом: «Д 1000», а расход 500 лари будет записан, как «Р 500». Введение таких обозначений неудобно даже потому, что это будет непонятно тем, кто не знает русского языка.

Нам придется решить аналогичную проблему, если мы хотим указать в записи значения таких противоположных величин, как: собственность и задолженность, тепло и холод, высота и глубина и так далее.

Общепринято, что перед значениями суммы дохода, имущества, тепла, высоты пишется знак «+», а перед значениями суммы расхода, долга, холода, глубины пишется знак «-». Например, доход 1000 лари будет записан: + 1000 лари, а расход 500 лари: - 500 лари. Помимо простоты, эти обозначения имеют и другие преимущества: +1000 лари означает увеличение на 1000 лари, а - 500 лари - уменьшение на 500 лари.

Как правило, число со знаком «+» называется **положительным числом**, а число со знаком «-» - **отрицательным числом**. Например, (+7) является положительным числом (читается «плюс семь»), а (-7) является отрицательным числом (читается «минус семь»). Иногда перед положительными числами не пишется знак «+». Например, число 7 совпадает с (+7), число 13,5 совпадает с (+13,5). Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным.

Пример 1. Запишем данные выражения в таблицу, используя положительные и отрицательные числа:

Устно	Числом
10 лари прибыли	+10 лари
15 лари убытка	-15 лари
7° тепла	+ 7°
7° мороза	-7°
высота 3000 м	+3000 м
глубина 2000 м	-2000 м
через 5 минут	+5 минут
5 минут назад	-5 минут

Ответ на вопросы:

1. Какова цель введения знаков «+» и «-»?
2. Для описания каких величин используются положительные и отрицательные числа?
3. Какое число не является ни положительным, ни отрицательным?

Упражнения

1. Запиши показания температуры на термометре, используя положительные и отрицательные числа:
а) 18° выше нуля; б) 4° ниже нуля; в) 16° тепла; г) 8° мороза.
2. Повышение уровня воды в реке на 12 сантиметров обозначается +12 сантиметров. Как обозначается снижение уровня воды на 8 сантиметров?
3. Как записать, используя положительные и отрицательные числа:
а) собственность 10000 лари? б) долг 300 лари?
в) 50 лари прибыли? г) 80 лари убытка?
д) доход в 1900 лари? е) расход 850 лари?
ж) 3 гола, забитые в свои ворота? з) 2 гола, забитые в ворота соперника?
4. Как записать информацию о том, что глубина Черного моря составляет 2210 метров, а высота Казбека - 5090 метров, используя положительные и отрицательные числа?
5. Запиши информацию о погоде, используя знаки «+» и «-».
а) 23° градуса тепла; б) 2° градуса мороза;
в) 35° градусов тепла; г) 9° градусов мороза.
6. Запиши высоту гор и глубину морей, используя знаки «+» и «-».
а) высота Эвереста 8848 м; б) глубина Тихого океана 11022 м;
в) глубина Средиземного моря 5120 м; г) высота Эльбруса 5640 м.
7. Количество мячей, забитых футбольной командой в одном сезоне, равно 20, а количество пропущенных мячей - 35.
а) запиши количество забитых и пропущенных мячей положительными и отрицательными числами;
б) вычисли разницу между забитыми и пропущенными голами.
8. Магазин получил четыре мешка муки. Вес муки в мешках оказался разным. Некоторые мешки весили больше нормы, а некоторые - меньше нормы. Владелец магазина взвесил каждый мешок и сделал такие надписи: I мешок -3 кг, II мешок + 2 кг, III мешок -4 кг, IV мешок + 4 кг.
а) Что обозначает надпись на каждом мешке?
б) Получил ли магазин предусмотренное нормой количество муки?

9

Результативность футбольной команды оценивается по разнице количества забитых и пропущенных мячей.

а) Объясни содержание следующих данных.

Команда	Количество забитых мячей	Количество пропущенных мячей	Разница между мячами
«Динамо»	29	13	+16
«Сабуртало»	25	25	0
«Рустави»	13	15	-2
«Чихура»	19	17	+2
«Торпедо»	12	21	-9

б) Определи, что должно быть написано в пустых полях таблицы.

Команда	Количество забитых мячей	Количество пропущенных мячей	Разница между мячами
«Динамо»	21	9	
«Сабуртало»	22		+10
«Рустави»	11	12	
«Чихура»	12		-4
«Торпедо»	23	29	

в) Какие изменения будут внесены в таблицу, если будут проведены две дополнительные встречи:

1) «Динамо» - «Торпедо» 2: 2? 2) «Чихура» - «Сабуртало» 0: 2?

Вспомни!

Умножение дробей:

$$\frac{m}{n} \times \frac{p}{q} = \frac{m \times p}{n \times q}$$

Деление дробей:

$$\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = \frac{m \times q}{n \times p}$$

10

Выполни действия:

а) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$;

б) $\frac{7}{15} \times \frac{3}{16}$;

в) $\frac{9}{16} \times \frac{12}{25}$;

г) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{9}$;

д) $\frac{11}{25} \times \frac{5}{6}$;

е) $\frac{9}{17} \times \frac{34}{63}$;

ж) $1\frac{2}{7} \times 1\frac{1}{4}$;

з) $\frac{4}{11} \times 2\frac{3}{4}$;

и) $1\frac{7}{23} \times 3\frac{5}{6}$;

к) $4\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$;

л) $1\frac{3}{4} \times 1\frac{5}{7}$;

м) $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{9}$;

н) $1\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{4}$;

о) $\frac{7}{6} \times 5\frac{1}{3}$;

п) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}$.

- 11** 1 килограмм риса стоит $1\frac{4}{5}$ лари. Сколько стоит 3 килограмма риса?
- 12** В комнате длиной $5\frac{1}{4}$ метров и шириной 4 метра должен быть уложен паркет, 1 квадратный метр которого стоит 16 лари. Какая сумма нужна для покупки необходимого количества паркета?
- 13** Лифт движется со скоростью $2\frac{1}{2}$ м/с. На какой высоте будет лифт через 15 секунд?
- 14** Тинико купила в магазине $2\frac{1}{2}$ кг сахара. 1 кг сахара стоит 2 лари и 20 тетри. Сколько Тинико заплатила за сахар?
- 15** Найди число, обратное заданному числу:
- а) $\frac{3}{7}$; б) $\frac{9}{5}$; в) 11; г) 7; д) $1\frac{5}{12}$; е) $7\frac{2}{9}$.
- 16** Выполни действия:
- а) $\frac{2}{3} : \frac{7}{12}$; б) $\frac{8}{15} : \frac{4}{9}$; в) $2 : \frac{3}{4}$; г) $5\frac{5}{6} : 2\frac{1}{2}$; д) $7\frac{1}{3} : 3$;
- е) $9 : \frac{3}{4}$; ж) $10 : \frac{7}{10}$; з) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$; и) $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2}$; к) $5\frac{1}{2} : 3\frac{2}{3}$;
- л) $10\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$; м) $8 : \frac{4}{5}$; н) $\frac{3}{7} : \frac{1}{2}$; о) $3\frac{7}{39} : 1\frac{5}{13}$; п) $0 : 6\frac{3}{11}$;
- р) $4\frac{3}{4} : 6$; с) $3\frac{2}{3} : \frac{22}{63}$; т) $7\frac{3}{5} : 12\frac{2}{3}$; у) $36\frac{1}{2} : 4\frac{1}{18}$.
- 17** Из Тбилиси машина прибыла в Кутаиси за $3\frac{1}{3}$ часа. С какой скоростью ехала машина, если расстояние от Тбилиси до Кутаиси составляет 230 километров?
- 18** Скорость поезда составляет 48 км/ч.
- а) Какое расстояние проедет поезд за $5\frac{1}{3}$ часа?
- б) Сколько времени потребуется поезду, чтобы проехать $125\frac{3}{5}$ километров?
- 19** Достаточно ли будет автомобилю 7,8 литра бензина, чтобы добраться из Тбилиси до Телави, если он расходует 8 литров бензина на 100 километров? Расстояние от Тбилиси до Телави через Гомбори составляет 92 км.
- 20** Начерти числовой луч и отметь на нем точки: А (4), В ($\frac{1}{2}$) и С (3).

1.4 Числовая прямая



Цель

Мы сможем:

1. Построить числовую прямую;
2. Определить координату точки;
3. Найти точку по координате.

Числовые прямые используются для визуализации чисел.

Начертим горизонтальную прямую (рис. 1). Положительным направлением на этой прямой назовем направление движения слева направо (на рис. 1 это направление показано стрелкой). На этой прямой отметим отрезок OA . Длину этого отрезка примем за единичный и с обеих сторон от точки O последовательно отмерим отрезки единичной длины. В конце первого отрезка справа от точки O напишем число $+1$, в конце второго отрезка - число $+2$ и т. д. В конце первого отрезка слева от точки O напишем число -1 , в конце второго отрезка - число -2 и т. д.

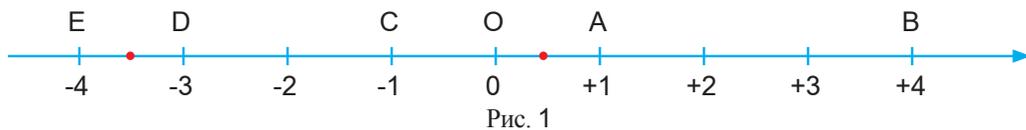


Рис. 1

На этой же прямой мы можем отметить соответствующие точки дробей и смешанных чисел. Например, $\frac{1}{2}$ соответствует точке середины отрезка OA , а $-3\frac{1}{2}$ соответствует точке середины отрезка ED .

Таким образом, каждому числу на данной прямой соответствует только одна точка. Например, $+4$ соответствует точка B , а -3 соответствует точка D .

Точка O называется **началом отсчета**. Она соответствует числу 0 , которое не принадлежит ни к положительным, ни к отрицательным числам.

Прямая, на которой дано начало отсчета, единичный отрезок и направление, называется **числовой прямой**.

Число, определяющее местоположение точки на числовой прямой, называется координатой точки.

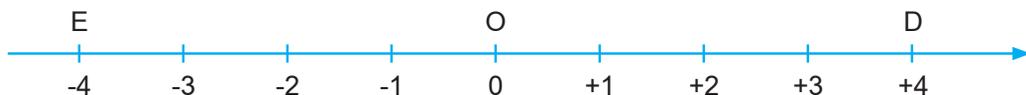


Рис. 2

Например, на рисунке 2 координата точки D равна $+4$, а точки E - (-4) . Это записывается так: $D(+4)$, $E(-4)$.

Ответ на вопросы:

1. Что такое числовая прямая?
2. Что определяет координата точки?

3. Что обозначает точка O на числовой прямой?
4. Какие числа расположены на числовой прямой справа от точки O ? Слева?
5. На сколько единиц удалено от начала отсчета число

$$+6? \quad -8? \quad +5\frac{1}{2}? \quad -0,7?$$

Упражнения

- 1 Начерти числовую прямую и отметь на ней точки:

$$O(0); A(+1); B(-1); M(+2); N(+4); K(-4).$$

- 2 Начерти шкалу температуры от -10° до $+10^\circ$. За единичный отрезок прими длину стороны одной клетки тетради.

- 3 За единичный отрезок прими длину стороны трех клеток тетради и отметь на числовой прямой точки:

$$M(+1); N(+2); K(-2); B(-1); A(+\frac{1}{3}); B(-1\frac{5}{6}).$$

- 4 Какое число на числовой прямой обозначено от точки O :

а) на 5 единиц вправо?

б) на 6 единиц влево?

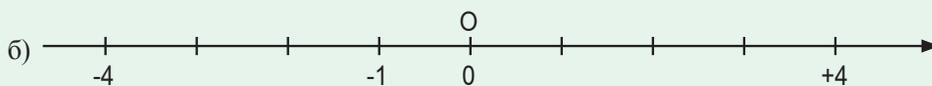
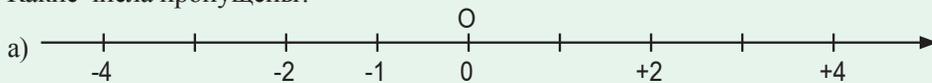
в) на 2,5 единицы вправо?

г) на 4,6 единиц влево?

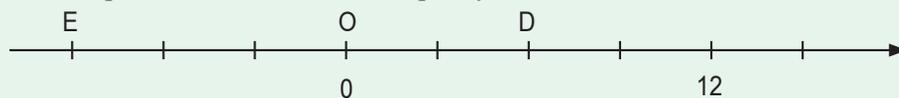
д) на $4\frac{1}{5}$ единиц влево?

- 5 Отметь числа на числовой прямой: -4 ; $+5$; -7 ; -3 ; $0,7$; $-1,2$.

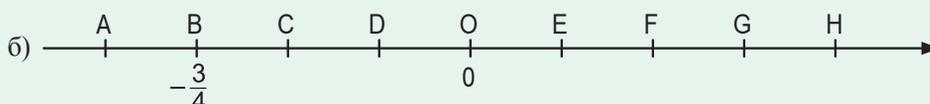
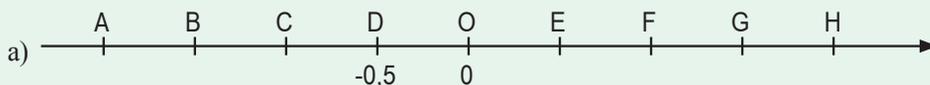
- 6 Какие числа пропущены?



- 7 Найди координаты точек D и E по чертежу:



- 8 Найди координаты точек, отмеченных на числовой прямой:



9

Какая из данных точек:

а) дальше всех от начала отсчета; б) ближе всех к началу отсчета?

$$A(-3), B(+2), C(-0,9), D(+1,5), E(-\frac{2}{5}).$$

10

Лежащие на числовой прямой точки А (х) и В (у) равноудалены от начала отсчета. Найди у, если а) $x = 7$; б) $x = -3$.

11

Точки А и В лежат на числовой прямой. Вычисли координату точки середины отрезка АВ, если координаты точек А и В:

а) 0 и 8; б) 0 и -6; в) 2 и 5; г) -3 и 6.

12

На числовой прямой даны точки А (-2), В (2) и С (х). Найди х, если известно, что:

а) точка С является точкой середины отрезка АВ;
 б) точка А является точкой середины отрезка ВС;
 в) точка В является точкой середины отрезка АС.

13

Две точки А и В лежат на числовой прямой. Вычисли координату той точки отрезка АВ, от которой расстояние до точки А вдвое больше расстояния до точки В, если координаты точек А и В соответственно:

а) 0 и 6; б) 0 и -12; в) 4 и 5; г) -2 и 9.

14

Лаша на свой день рождения должен купить 6 литров лимонада. В магазине $1\frac{1}{2}$ -литровая бутылка лимонада стоит 2 лари, а поллитровая бутылка - 1 лари. Какую бутылку лимонада ты бы посоветовал купить Лаше? Сколько денег сэкономит Лаша, если последует твоему совету?

15

Начерти и заполни таблицу.

a	2		$1\frac{3}{7}$	$5\frac{2}{5}$
b	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$		$\frac{5}{8}$
a×b		$\frac{3}{4}$	3	

16

Вычисли значение числового выражения:

$$\text{а) } \left(12\frac{7}{8} - 4\frac{3}{4}\right) \times 8; \quad \text{б) } \left(1\frac{1}{5} + 3\frac{3}{7} : 12\right) : 6; \quad \text{в) } 14\frac{2}{5} : \left(\frac{3}{10} \times 2\frac{2}{3} \times \frac{2}{9}\right);$$

$$\text{г) } \left(2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{2}; \quad \text{д) } \left(1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9}\right) : \left(4\frac{26}{27} - 2\frac{2}{9}\right); \quad \text{е) } \left(6\frac{1}{24} - \frac{2}{3}\right) : \left(3\frac{1}{2} + 1\frac{7}{8}\right);$$

1.5 Противоположные числа. Сравнение чисел.



Цель

1. Научиться называть противоположные числа;
2. Владеть навыками сравнения чисел.

Точки на числовой прямой, соответствующие числам +1 и -1, +2 и -2, +3 и -3, и так далее, расположены по разные стороны от точки отсчета и удалены на одинаковом расстоянии от нее (рис. 1). Такие числа называются противоположными числами. Следовательно, два числа называются **противоположными**, если их соответствующие точки расположены на числовой прямой по разные стороны от точки O и на одинаковом расстоянии от нее.



Рис. 1

Противоположные числа: - 8 и +8; +6,5 и -6,5; +129 и -129; $-\frac{2}{5}$; - и $+\frac{2}{5}$.

Для отрицательного числа противоположным будет число положительное,

- Число a противоположно числу -a;
- Число -a противоположно числу a, $-(-a) = a$;
- Число 0 противоположно самому себе, $-0 = 0$.

Чтобы получить число, противоположное данному числу, мы должны изменить знак.

Например:

а) (+9) противоположно (-9);

б) (-54) противоположно (+54).

Натуральные числа, противоположные им числа и нуль называются **целыми числами**.

Целые числа: 0, +1, -1, +2, -2 и т. д. Число (-0,5) не является целым числом.

Из двух чисел больше то число, соответствующая точка которого находится на числовой прямой справа.

Например, $5 > 3$, соответствующая точка 5 на числовой прямой находится справа от соответствующей точки 3 (рис. 2).



Рис. 2

$-5 < -3$, соответствующая точка -3 на числовой прямой находится справа от соответствующей точки -5 (рис. 3).



Рис. 3

Положительные числа - это числа, которые больше 0. Их соответствующие точки расположены справа от начала на числовой прямой. Отрицательные числа - это числа, которые меньше 0. Их

соответствующие точки расположены слева от начала на числовой прямой. Любое отрицательное число меньше 0.

Множество натуральных чисел обозначается буквой N , а множество целых чисел обозначается буквой Z :

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}, \quad Z = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}.$$

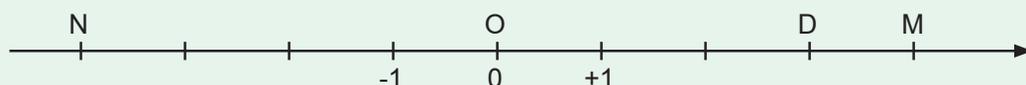
Очевидно, что множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел.

Ответ на вопросы:

1. Какие числа называются противоположными числами?
2. Как расположены два противоположных числа на числовой прямой?
3. Какое число противоположно 0?
4. Сколько противоположных чисел у данного числа?
5. Как найти число противоположное данному?
6. Какие числа называются целыми числами?
7. Какие числа называются неотрицательными?
8. Что больше для положительного числа a : a или $-a$?
9. Что больше для отрицательного числа a : a или $-a$?
10. Какая запись верна: $N \subset Z$, $Z \subset N$ или $Z = N$?
11. Число a противоположно числу b . Какое число противоположно числу a ?

Упражнения

1. Назови числа, противоположные следующим числам: + 654; 1,48; - 987; 0; -1,5.
2. Напиши числа, противоположные следующим числам: 2; - 6; 8; -1 и отметь их на числовой прямой. За единичный отрезок прими длину отрезка в 1 см.
3. Найди $-a$, если $a = -8$; 32.
4. Найди a , если $-a = -9$; -1025; 12; 69.
5. Вычисли расстояние:
а) между 5 и противоположным ему числом;
б) между (-11) и противоположным ему числом.
6. Начерти числовую прямую и отметь точки, координатами которых являются числа, противоположные координатам точек N , M и D .



7 Что можно сказать о числе, противоположному числу a , если число a :
а) положительное? б) отрицательное? в) ноль.

8 Прочитай запись: $108 \in \mathbb{N}$; $4,6 \notin \mathbb{Z}$; $0,2 \notin \mathbb{N}$; $-9 \notin \mathbb{N}$; $0 \notin \mathbb{N}$; $-400 \in \mathbb{Z}$.

9 Используй символы \in и \notin и напиши выражения: а) 15 принадлежит множеству натуральных чисел; б) 408 - натуральное число; в) -16 не является натуральным числом; г) -80 является целым числом; д) -0,245 не является целым числом; е) $\frac{2}{3}$ не является целым числом.

10 Начерти таблицу, заполни свободные поля соответствующими числами и отметь точки на числовой прямой, координатами которых являются числа, записанные в таблице.

m	1		-3	-4	
$-m$		2			5

11 За единичный отрезок на числовой прямой прими длину 5 клеток тетради и отметь на ней точки: $A(-\frac{2}{5})$; $B(0,7)$; $N(-1,2)$; $M(2\frac{1}{2})$.

12 Сколько точек с целой координатой находится между точками $A(x)$ и $B(y)$ на числовой прямой, если:

а) $x=-10, y=9$; б) $x=-5\frac{1}{3}, y=3\frac{1}{2}$; в) $x=-9,7, y=8,7$; г) $x=-5,3, y=-5,7$.

13 Перечисли все целые числа, которые:

- а) больше -4 и меньше 1;
- б) больше -8 и меньше 5;
- в) больше -3 и меньше 0;
- г) больше 0 и меньше 6.

Перечисленные числа отметь на числовой прямой.

14 Между какими двумя последовательными целыми числами, находятся: -5,4? +6,9? 0,1? -0,12? 0,548? +69,4?

15 Назови несколько отрицательных чисел, которые больше, чем:

а) -4; б) -163; в) -2; г) -1.

16 Назови несколько положительных чисел, которые меньше, чем:

а) $\frac{1}{2}$; б) 2; в) 1; г) $\frac{1}{4}$.

17 Назови несколько чисел, которые меньше, чем:

а) -44; б) -13; в) 0; г) -1000000.

18 Назови несколько целых чисел, которые меньше, чем:

а) 1; б) -18; в) -50; г) 0.

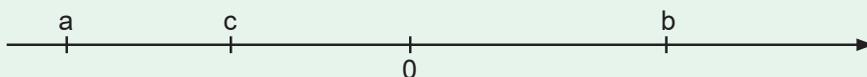
19 Расположи числа в порядке возрастания: 2, -5, 6, -8, -100, 50.

20 Расположи числа в порядке убывания: 12, -15, 61, -38, -10, -45, 10.

21 Какое из следующих неравенств верно?
а) $-5 > 4$; б) $-158 < 96$; в) $0 > 23$; г) $0 < -386$.

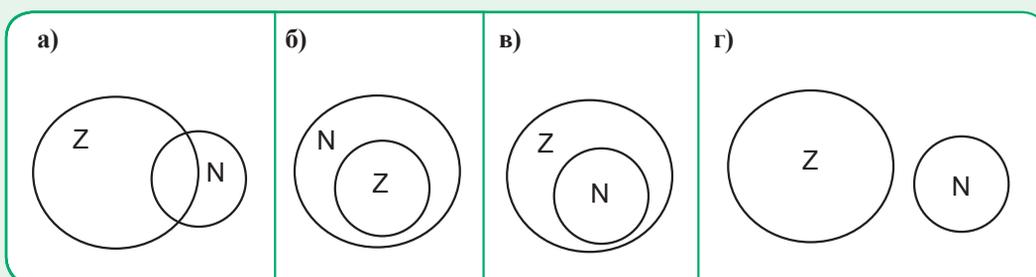
22 Какое слово пропущено в предложении?
а) Каждое положительное число ----- любого отрицательного числа.
б) Каждое положительное число ----- , чем ноль.
в) Каждое отрицательное число ----- любого положительного числа.

23 На основании чертежа определи какое неравенство является правильным:



а) $a < c$; б) $c > 0$; в) $c < a$; г) $b < 0$.

24 Какая из следующих диаграмм выражает отношение между множеством натуральных



чисел N и множеством целых чисел Z ?

25 Какая из следующих записей является ложью?
а) $N \cap Z = N$; б) $N \cup Z = Z$; в) $N \cap Z = Z$; г) $N \subset Z$.

26 Какая из следующих записей истинна?

а) $0 \in N$; б) $-2 \notin Z$; в) $-\frac{1}{3} \in Z$; г) $0 \in Z$; д) $\frac{1}{3} \notin Z$.

27 Начерти числовую прямую и отметь на ней соответствующие точки чисел a , b и c , если известно, что:

а) $a > 0$, $b < 0$ и $c < b$; б) $a > b$, $b > c$ и $c > 0$; в) $c < a < b < 0$.

28 Найди на числовой прямой координаты точек, удаленных от точки $A(5)$ на 8 единиц.

29 Отметь точки $A(-2)$ и $B(4)$ на числовой прямой. Найди координаты тех точек, которые делят отрезок AB на три равные части.

30

Запиши десятичную дробь в виде несократимой дроби.

- а) 0,5; б) 0,4; в) 0,8; г) 1,2; д) 10,1; е) 0,25 ;
 ж) 0,75; з) 3,25; и) 0,125; к) 0,24; л) 1,36; м) 12,4.

31

Запиши обыкновенную дробь в виде десятичной дроби.

- а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{6}{25}$; д) $1\frac{3}{5}$; е) $3\frac{3}{50}$.

32

Что больше:

- а) 0,309 или 1,01 ? б) 3,057 или 3,65 ? в) $\frac{6}{25}$ или 0,25 ?

33

Вычисли:

- а) $3,33+5,05$; б) $41,9+12,01$; в) $1,987+2,03$;
 г) $1,01+0,100$; д) $6,12-5,11$; е) $7,20-6,9$.
 ж) $33,30-3,4$; з) $1-0,93$; и) $7-6,9+0,1$;
 к) $19,45+0,15-0,05$; л) $2,27-0,17-1,1$; м) $13,001-8,2+0,35$.

34

Самая высокая вершина Кавказа Эльбрус имеет высоту 5642 км. Пик Шхара на 0,574 км ниже его и на 0,035 км выше Казбека. Какая высота у Казбека?



Казбек

35

Начерти четырехугольник, у которого:

- а) только один угол будет прямым;
 б) только два угла будут прямыми;
 в) два угла будут тупыми;
 г) три угла будут острыми.

36

Найди соответствующую информацию и составь: множество городов в Соединенных Штатах Америки с населением более 1 000 000 человек. Приложи соответствующие фотографии.



Проект (краткосрочный)
«Десять крупнейших городов мира»

Найди соответствующую информацию о крупнейших городах мира. Составь таблицу с указанием количества населения, площади и плотности (количество населения на 1 кв. км). Дополни свою работу соответствующими фотографиями и подготовься к презентации.

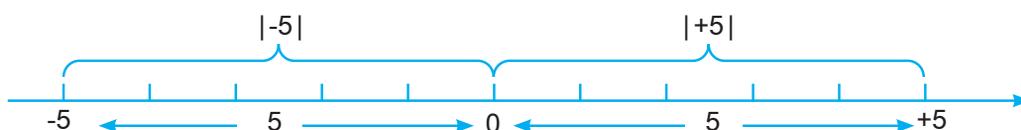
1.6 Модуль числа



Цель

1. Ознакомиться с «модулем числа» и его геометрическим содержанием.
2. Овладеть навыками вычисления и использования модуля числа.

Как упоминалось в предыдущем параграфе, точки на числовой прямой, соответствующие противоположным числам, находятся на одинаковом расстоянии от начала отсчета. Это расстояние называется **модулем числа**. Например, модуль -5 равен 5 , потому что расстояние от соответствующей точки -5 до точки 0 равно 5 единицам. По той же причине модуль $+5$ также равен 5 .



Модуль числа a обозначают символом $|a|$. Например, $|-5| = 5$, $|+5| = 5$.

Из определения модуля следует, что:

- а) модуль положительного числа равен самому этому числу: $|a| = a$, когда $a > 0$;
- б) модуль отрицательного числа равен противоположному ему числу: $|a| = -a$, когда $a < 0$;
- в) модуль нуля равен нулю: $|0| = 0$

Модуль числа всегда является неотрицательным числом.

Чем дальше от начала отсчета лежит соответствующая какому-либо числу точка на числовой прямой, тем больше модуль этого числа.

Модули противоположных чисел равны.

Сравнивать числа можно также с помощью модуля. В частности,

- из двух неотрицательных чисел больше то, модуль которого больше;
- из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.



Ответь на вопросы:

1. Чему равен модуль положительного числа? Модуль отрицательного числа? Модуль 0 ?
2. Может ли модуль числа быть отрицательным числом?
3. Возможно ли, чтобы:
 - а) у разных чисел были одинаковые модули?
 - б) модуль числа был больше самого числа?
 - в) модуль числа был меньше самого числа? Приведи примеры.
4. Является ли выражение правильным:
 - а) если $|a| = |b|$, то $a = b$?
 - б) если $|a| > a$, то $a < 0$?

Упражнения

1

Вычисли:

а) $|23|$; б) $|-68|$; в) $|-12,58|$; г) $-\left|-\frac{6}{19}\right|$.

2

Сравни:

а) $|-61|$ и $|104|$; б) 0 и $\left|-\frac{5}{7}\right|$; в) $\left|-3\frac{3}{4}\right|$ и $|-2|$; г) $|-1200|$ и $|-6|$.

3

Вычисли:

а) $|-13|+|25|$; б) $|-102|+|-627|$; в) $|45-36|$; г) $|13|\times|6|$

4

Сравни: а) $|5|+|12|$ и $|5+12|$; б) $|-16+0|$ и $-16+0$.

5

Назови все числа, модуль которых:

а) 9,9; б) 0,1; в) равен 12.

6

Какое из следующих утверждений ложное?

- а) модуль положительного числа является положительным;
 б) модуль отрицательного числа является положительным;
 в) модуль отрицательного числа равен числу, противоположному данному ;
 г) числа с равными модулями равны.

7

Расположи числа в порядке возрастания модулей:

а) -42; -25; -84; -34. б) -12; +6; -52; 0; 21.

8

Расположи числа в порядке убывания модулей:

а) -104; -20; -514; -64; -2. б) 85; -102; 0; -63; +94.

9

Какие числа удовлетворяют равенство:

а) $|a|=9$? б) $|a|=0$? в) $|a|\leq 0$?

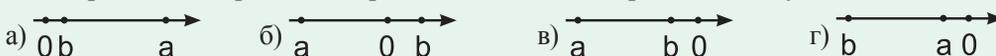
10

Существует ли такое значение a , для которого выполняется равенство:

а) $|a|=6$; б) $|a|=-1$.

11

На координатной прямой изображены числа a и b . Сравни их модули:



12

Напиши в виде списка элементов множество целых чисел, чьи модули: а) меньше 4; б) больше 2 и меньше 5.

13

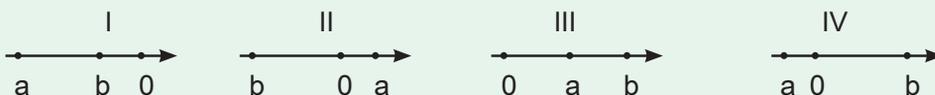
Сколько целых значений может иметь a , если:

а) $|a|<3$? б) $|a|<5$? в) $2\leq|a|\leq 4$?

14

Отметь на числовой прямой точки, соответствующие числам a и b , если известно, что $|a|<|b|$. Рассмотрите все возможные случаи.

- 15 Назови число, которое меньше своего модуля на 10.
- 16 На числовой прямой отмечены точки А (-26) и В (16). Точки М и N лежат на отрезке АВ. Найди координаты точек М и N, если М является серединой отрезка AN, а N является серединой отрезка MB.
- 17 Для каких чисел это равенство истинно?
а) $|a| = -a$; б) $|a| = -|a|$.
- 18 Верно ли выражение:
а) если $|a| < |b|$, тогда $a < b$? б) если $a = -b$, тогда $|a| = |b|$?
- 19 На каком чертеже показаны числа a и b , если:
а) числа a и b положительные и $|a| < |b|$;
б) числа a и b отрицательные и $|a| > |b|$;
в) число a отрицательное, число b положительное и $|a| < |b|$;
г) число a положительное, число b отрицательное и $|a| < |b|$.



- 20 Масса самца слона -8,6 тонн, а самки - на 1,75 тонн меньше массы самца. Какова масса обоих слонов?
- 21 Полное ведро с молоком весит 16,4 кг. Когда из ведра в другую посуду вылили половину молока, масса ведра с молоком стала 9,2 кг. Сколько килограммов весит пустое ведро?
- 22 Чтобы распилить доску на две части, требуется 2,5 минуты. Сколько минут потребуется, чтобы распилить эту же доску на четыре части?
- 23 Вес арбуза 5,4 кг и еще половина веса этого арбуза. Какой вес арбуза?
- 24 Общий вес цыпленка и яйца составляет 100 грамм. В то же время, вес цыпленка на 5 грамм меньше веса яйца. Какой вес яйца?



1.7 Сложение чисел



Цель

Научиться складывать числа и уметь применять полученные знания в вычислениях.

Задача 1. Георгий фиксировал движение денег (доход и расход) на предприятии в виде таблицы. Ниже приведен фрагмент этой таблицы, в который включен доход и расход предприятия за два месяца.

Время	Доход (лари)	Расход (лари)
Май	12 000	4 000
Июнь	14 000	15 000

В соответствии с таблицей вычислим доход и расход предприятия за оба месяца.

Обозначим доход знаком «+», а расход - знаком «-».

Доход предприятия в мае и июне вместе составляет сумму +12000 лари и +14000 лари, т.е. +26000 лари.

$$(+12000) + (+14000) = +26000.$$

Расход предприятия в мае и июне вместе составляет сумму -4000 лари и -15000 лари, т.е. -19000 лари.

$$(-4000) + (-15000) = -19000.$$

Как видим, когда доход прибавляется к доходу, доход увеличивается, и когда расход прибавляется к расходу, расход увеличивается. То есть при сложении положительных чисел получится положительное число, а при сложении отрицательных чисел – отрицательное число. Мы вычислили доход путем сложения 12 000 и 14 000, а расход – путем сложения -4000 и -15000. Исходя из этого мы делаем вывод, что как при сложении двух положительных, так и двух отрицательных чисел мы складываем эти числа без знаков, то есть складываем их модули и сумме приписываем общий знак слагаемых.

Мы можем сформулировать правило сложения чисел с одинаковыми знаками:

Чтобы сложить числа с одинаковыми знаками, необходимо:

I. Сложить их модули;

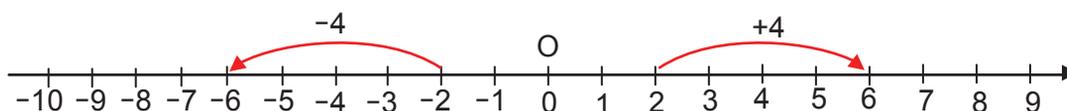
II. Приписать к результату знак слагаемых чисел.

Пример 1. Выполнить действия: а) $(+2) + (+4)$; б) $(-2) + (-4)$.

Решение. Согласно правилу сложения чисел с одинаковыми знаками:

$$\text{а) } (+2) + (+4) = +(2+4) = +6; \quad \text{б) } (-2) + (-4) = -(2+4) = -6.$$

Оба выполненные нами действия можно выразить на числовой прямой следующим образом:



В случае сложения более двух слагаемых мы используем то же правило - складываем модули и к полученному результату приписываем общий знак слагаемых.

Например:

$$(-14)+(-5)+(-1)+(-2)=-(14+5+1+2)=-22$$

Как сложить числа с разными знаками? Чтобы ответить на этот вопрос, вернемся к задаче 1 и обсудим, какую прибыль предприятие получало каждый месяц.

Представим таблицу Георгия следующим образом:

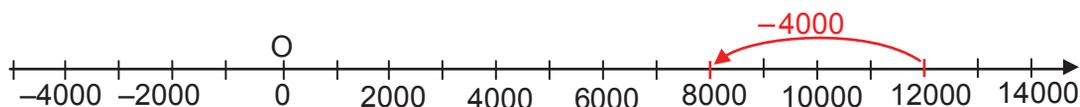
Время	Движение денег (лари)
Май	+12 000
	-4 000
Июнь	+14 000
	-15 000

В мае доход предприятия составил 12 000 лари, а его расход - 4000 лари. В этом случае доход больше, чем расход, поэтому в мае предприятие получило прибыль в размере 12000 лари - 4000 лари = 8000 лари.

$$+12000+(-4000)=+(12000-4000)=+8000$$

Для расчета прибыли мы выполнили вычитание: $12000 - 4000 = 8000$.

Иллюстрацию сложения этих чисел на числовой прямой представим следующим образом:



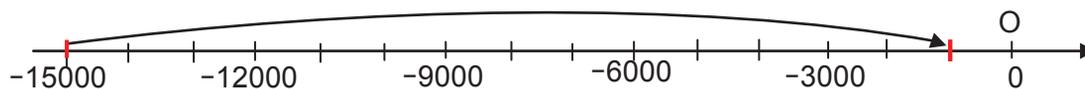
В июне доход предприятия составил 14 000 лари, а его расход - 15 000 лари. В этом случае доход меньше расхода, поэтому в июне предприятие потерпело убыток 15000 лари - 14000 лари = 1000 лари.

$$-15000+14000=-(15000-14000)=-1000$$

Для расчета прибыли (в данном случае убытка) мы выполнили вычитание:

$$15000-14000=1000.$$

$$+14000$$



На основе рассмотренных примеров можно сформулировать следующее правило:

Для сложения чисел с разными знаками необходимо:

- I. Из модуля числа с большим модулем вычтешь модуль числа с меньшим модулем;**
- II. К результату приписать знак слагаемого с большим модулем.**

Если доход предприятия в каком-либо месяце равен расходу, например, 10000 лари, прибыль за этот месяц будет равна 0 лари.

$$+10000+(-10000)=0$$

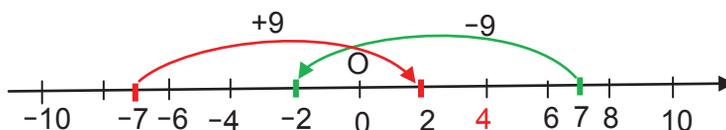
В общем, **сумма противоположных чисел равна.**

Пример 2. Выполним действия: а) $(-7) + (+9)$; б) $(+7) + (-9)$.

Решение. По правилу сложения чисел с разными знаками:

$$\text{а) } (-7)+(+9)=|+9|-|-7|=+(9-7)=+2; \quad \text{б) } (+7)+(-9)=-(|-9|-|+7|)=-(-9-7)=-2.$$

Эти действия могут быть схематически представлены на числовой прямой следующим образом:



В случае положительных чисел хорошо известное нам переместительное и сочетательное свойства сложения остаются в силе как в случае отрицательных чисел, так и чисел с разными знаками. С их помощью будет проще вычислить значение выражения.

Например, если в задаче 1 нас интересует прибыль предприятия за оба месяца, то нам нужно сложить все данные с учетом знаков:

$$(+12000)+(-4000)+(+14000)+(-15000),$$

Или, чтобы упростить вычисление, сгруппировать доходы вместе, расходы вместе, и сложить полученные суммы:

$$((+12000) + (+14000))+((-4000)+(-15000))=(+26000)+(-19000)=+7000.$$

В заключение отметим, что схематические иллюстрации примеров, приведенных в параграфе, дают нам возможность сформулировать правило о том, как мы можем использовать числовую прямую для вычисления суммы двух чисел:

- I. На числовой прямой отметим точку, соответствующую первому слагаемому;
- II. а) Если второе слагаемое является положительным числом, переместим отмеченную точку вправо на расстояние, равное этому слагаемому;
б) Если второе слагаемое - отрицательное число, переместим отмеченную точку влево на расстояние, равное модулю этого слагаемого;
- III. Координата точки, полученной перемещением, будет суммой этих двух чисел.

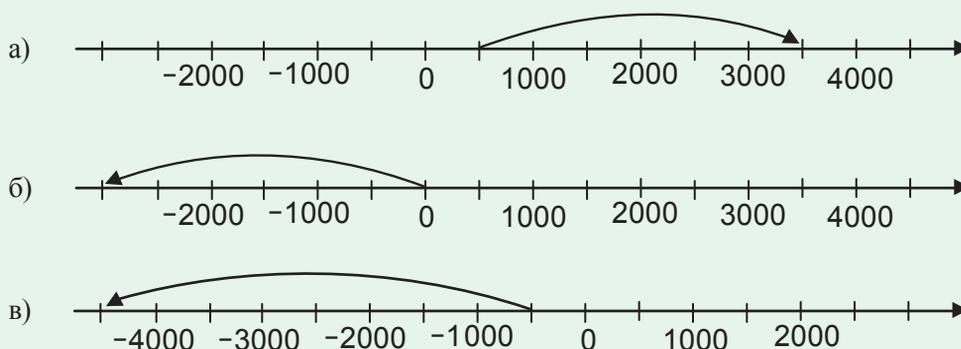
Ответ на вопросы:

- 1) Какое число получится: а) при сложении положительных чисел? б) при сложении отрицательных чисел?
- 2) Как сложить числа с одинаковыми знаками?
- 3) Как сложить числа с разными знаками?
- 4) Знак какого слагаемого имеет сумма при сложении чисел с разными знаками?
- 5) Как сложить два числа, используя числовую прямую?
- 6) Чему равна сумма противоположных чисел?
- 7) Верно ли это утверждение:
 - а) «Если одно слагаемое равно 0, то сумма равна другому слагаемому?»
 - б) «Если сумма двух чисел равна нулю, тогда эти числа противоположны?»

Упражнения

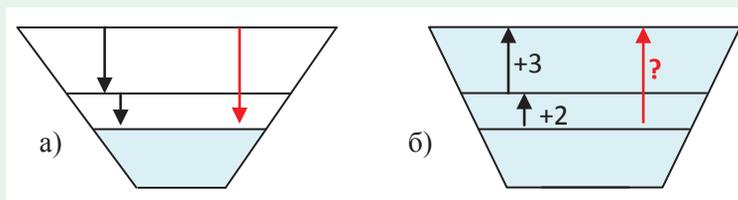
- 1** Определи знак суммы без вычисления:
 а) $45+(+10)$; б) $-6+(-25)$; в) $+65+(+35)$; г) $-12+(-56)$.

- 2** Сложение каких чисел изображено на рисунке?



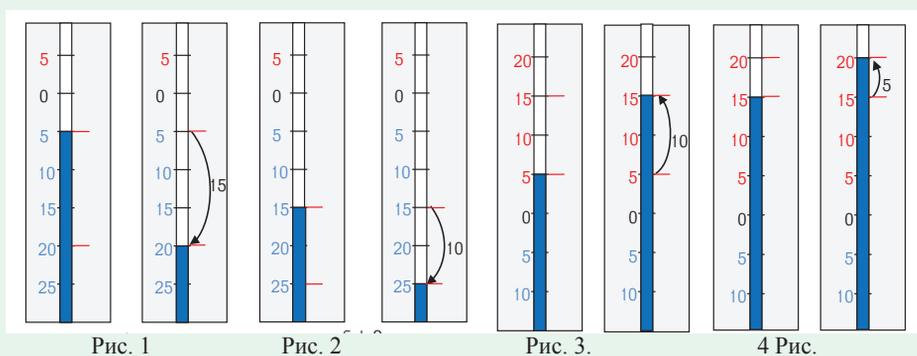
- 3** Какое слово пропущено в предложении?
 а) Сумма двух положительных чисел.каждого слагаемого;
 б) Сумма двух отрицательных чисел.каждого слагаемого.

- 4** На рисунке 4 показано двойное изменение уровня воды в сосуде.



Какое изменение уровня воды произошло в конечном итоге?

- 5** Что можно сказать об изменении температуры согласно приведенным ниже рисункам?



- 6** Вычисли:
 а) $(+2)+(+4)$; б) $(+1)+(+3)$; в) $(-5)+(-1)$;
 г) $(-2)+(-2)$; д) $0+(-5)$; е) $(-7)+0$;
 ж) $0+(+4)$; з) $(+6)+(+4)$; и) $(-7)+(-5)$.

7

Вычисли:

$$\begin{array}{lll} +35+(+255); & -22+(-85); & -38-562; \\ +102+(+235); & -48+(-95); & -145-255; \\ +335+(+425); & -65+(-65); & -337-663. \end{array}$$

8Вычисли сумму $a + b$ по данным таблицы:

a	+54	-97	+1230	-3247
b	+1546	-65403	+2580	-1753

9

Вычисли сумму:

а) $-12+(-25)+(-18)$; б) $-200-25-18$; в) $-3000000-2500-108000$.

10Даны числа $a = -56$ и $b = -67$. Вычисли значение выражений:

а) $a+b$; б) $-(a+b)$; в) $(-a)+(-b)$.

11

Вычисли:

а) сумму всех целых чисел, расположенных между 0 и -10;

б) сумму всех целых чисел, расположенных между 0 и 9;

в) сумму всех дробей вида $\frac{n}{10}$, расположенных между $(-\frac{1}{2})$ и $(-\frac{1}{5})$.**12**

Что больше:

а) $-19+(-11)$ или -40 ? б) $-10+(-35)$ или -42 ? в) $-1000+(-21)$ или -2000 ?
 г) -19 или $-40+(-5)$? д) $+19+(+11)$ или -30 ? е) $+20+(+80)$ или -100 ?

13

Сравни значения следующих выражений:

а) $-25+(-11)$ и $-(25+11)$; б) $-38+(-22)$ и $-(38+32)$; в) $-(-12-21)$ и $12+21$;
 г) $-100+(-5)$ и $-(100+5)$; д) $-65+(-31)$ и $-(65+30)$; е) $-(20+80)$ и $-20+(-80)$.

14

Выполни сложение (устно):

а) $16+(-14)$	б) $9+(-12)$	в) $-3+(-85)$
$-8+(-25)$	$-2+(-5)$	$-7,8+(-5,6)$
$0+(-11)$	$-10+7$	$-8+6$
$9+9$	$-8+5$	$-5+(-5)$
$-9-10$	$15+(-16)$	$-10,25+14,8$.

15

Вычисли с помощью числовой прямой:

а) $(+2)+(+4)$; б) $(+1)+(+3)$; в) $(-5)+(-1)$;
 г) $(-2)+(-2)$; д) $0+(-5)$; е) $(-7)+0$;
 ж) $0+(+4)$; з) $(+6)+(-4)$; и) $(-7)+(-5)$.

16

Вычисли сумму, используя координатную прямую:

$15+8$	$+6+4$	$+3+(+5)$	$+8+0$
$-3+(-4)$	$-5+(-10)$	$-5-3$	$-2-8$

17К какому числу надо прибавить (-100) , чтобы получить 100?

18 К какому числу нужно прибавить (-100) , чтобы получить (-100) ?

19 Вычисли длину отрезка числовой прямой, координаты конечных точек которого: а) 0 и 6; б) -8 и 0.

20 Начерти таблицу и заполни ее поля:

a	1	2	-4	-1,8	-2	-3,9	-2,5	0,5
b	-3	12	-6	2,8	-8,2	4	11	1,5
a+b								

21 Вычисли сумму всех целых чисел, расположенных между (-5) и $+5$.

22 Вычисли сумму всех целых чисел, расположенных между (-7) и 8.

23 Точки А и В лежат на числовой прямой. Вычисли координату точки середины отрезка АВ, если координаты точек А и В -3 и 7.

24 В таблице приведена смета расходов предприятия в первом квартале 2019 года.

Месяц	Доход	Расход
январь	1500 лари	800 лари
февраль	1300 лари	1300 лари
март	950 лари	1000 лари

Вычисли а) ежемесячную прибыль предприятия б) квартальную прибыль.

25 Вычисли значение выражения:

а) $-(-12)+118$; б) $-(-12+(-118))$; в) $-(-(45+35))$; г) $-(-12)+(-(-118))$.

26 В 12 часов ночи температура воздуха была t° . Через три часа температура изменилась на -4° , а через следующие три часа - на -3° . Какой будет температура в 6 часов утра?

27 Обоснуй правильность следующих утверждений:

а) Модуль суммы чисел с одинаковыми знаками равен сумме модулей этих чисел;

б) Модуль суммы чисел с разными знаками меньше суммы модулей этих чисел;

в) Для любых чисел а и б выполняется неравенство: $|a + b| \leq |a| + |b|$.

28 Автомобилу понадобилось 3,6 часа, чтобы проехать определенное расстояние. Сколько минут понадобится автомобилю, чтобы проехать в три раза меньшее расстояние, если он будет двигаться с удвоенной скоростью?

29 Луч ВК проходит через вершину В развернутого угла АВС. $\angle KBC = 62^{\circ}$. Вычисли градусную меру угла АВК.

1.8 Вычитание чисел



Цель

1. Научиться вычитать числа;
2. Уметь вычислять длину отрезка по координатам его конечных точек.

В 8 часов утра температура воздуха была m градусов, а в 8 часов вечера она уменьшилась на n градусов. Как вычислить, сколько градусов была температура воздуха в 8 часов вечера? Очевидно, что в 8 часов вечера температура будет равна $m - n$ градусов.

С другой стороны, понижение температуры на n градусов равносильно ее изменению на $-n$ градусов. Поэтому в 8 часов вечера температура будет $m + (-n)$ градусов.

Мы получили равенство:

$$m - n = m + (-n).$$

Обратите внимание, что полученное равенство верно как для положительных, так и для отрицательных значений m и n .

Из полученного равенства мы делаем вывод, что действие вычитания можно заменить действием сложения.

Чтобы выполнить вычитание, нужно к уменьшаемому добавить число, противоположное вычитаемому.

Пример 1. Выполним вычитание:

а) $(+13) - (+7)$; б) $(-13) - (+7)$; в) $(+13) - (-7)$; г) $(-13) - (-7)$.

Решение.

а) $(+13) - (+7) = (+13) + (-7) = 6$;
б) $(-13) - (+7) = (-13) + (-7) = -20$;
в) $(+13) - (-7) = (+13) + (+7) = +20$;
г) $(-13) - (-7) = (-13) + (+7) = -6$.

Задача 1. Вычислим длину отрезка, концы которого А (-4) и В (6).

Решение.



Длина отрезка АВ показывает, на сколько единиц точка А должна переместиться вправо, чтобы достичь точки В. Другими словами, сколько мы должны добавить к (-4), чтобы получить 6. Если мы обозначим x длину отрезка АВ, мы можем написать: $-4 + x = 6$. Из этого равенства мы получим:

$$x = 6 - (-4), \quad x = 6 + (+4) = 10.$$

Ответ: Длина отрезка АВ равна длине 10 единичных отрезков.

Чтобы вычислить длину отрезка на числовой прямой, нужно из координаты его правого конца вычесть координату левого конца.

Пример 2. Вычислим значение выражения $36 - 42 + 64 - 86$.

Решение. Этот пример можно решить двумя способами:

I. Путем последовательного сложения чисел.

Это выражение: $36 - 42 + 64 - 86$ представим в виде суммы:

$$36 - 42 + 64 - 86 = 36 + (-42) + (+64) + (-86) = -6 + (+64) + (-86) = 58 + (-86) = -28.$$

II. Мы можем отдельно вычислить суммы положительных слагаемых и отдельно суммы отрицательных слагаемых, и затем сложить полученные результаты:

$$36 + (-42) + (+64) + (-86) = (36 + 64) + ((-42) + (-86)) = 100 + (-128) = 100 - 128 = -28.$$

Точно так поступают, чтобы вычислить результаты финансовых операций. В частности, отдельно вычисляют доход, отдельно – расход, а в конце – их разность.

Ответь на вопросы:

1. Каким действием можно заменить вычитание числа b из числа a ?
2. Как вычислить длину отрезка на числовой прямой?
3. Является ли следующее утверждение верным или ложным?
 - а) «При вычитании чисел к уменьшаемому нужно добавить число, обратное вычитаемому».
 - б) «При вычитании чисел к уменьшаемому нужно добавить число, противоположное вычитаемому».

Упражнения

1

Выполни вычитание:

а) $6-2,$	б) $-10-3,$	в) $-8-(-63),$
$-8-3,$	$-24-(-10),$	$-36-65,$
$-8-(-1),$	$-5-2,$	$-12-63,$
$12-(-5),$	$-7-(-8),$	$-102-(-5),$
$-32-(-3),$	$-45-20,$	$-(-9)-(-4),$
$22-30-(-20),$	$-26-25,$	$-9-12,$
$-(-4)-7,$	$32-(-3),$	$-623-36,$
$-25-(-3),$	$-45-15,$	$-8-2,$
$11-8,$	$-4-(-40),$	$-29-9,$
$-9-(-5),$	$8-(-8),$	$-6-(-5),$
$-8\frac{5}{21} - 2\frac{1}{7};$	$-5\frac{5}{18} - (-2\frac{1}{6});$	$11\frac{12}{25} - 15\frac{3}{5}.$

2

Вычисли:

- а) разность между $(-4\frac{3}{7})$ и $(-2\frac{3}{11})$;
- б) разность между $(-10\frac{2}{15})$ и $(+6\frac{9}{25})$.

3

Начерти и заполни таблицу:

a	3	-5	2,5	0	-0,5	2	-7
b	-2	5	7,8	-10	-1,3	-6	7
a - b							
b - a							

Ответ на вопросы согласно заполненной таблице:

- а) Что общего и чем отличаются числовые значения разностей $a-b$ и $b-a$?
 б) Можно ли сказать, что для каждого из чисел a и b имеет место равенство: $b-a = -(a-b)$?

4

Как измениться разность между двумя числами, если:

- а) к уменьшаемому прибавить (-6) ?
 б) из уменьшаемого вычесть (-3) ?
 в) к вычитаемому прибавить (-8) ?
 г) из вычитаемого вычесть (-10) ?

5

Найди расстояние между точками А и В на координатной прямой:

- а) А(-5) и В(3); б) А(-5) и В(-7); в) А(11) и В(-1).

6

Вычисли:

- а) $-18+83-45+90-27-83$; б) $3,15-4,15-6,76+(-3,24)+6,48-(-0,52)$;
 в) $-12+(-8)-(-14)+2,56-(-3,44)$; г) $14,5-18-2-6+9+(-2)+4,5$;
 д) $-(-100) + (-4\frac{2}{3}) - (-9\frac{4}{9}) - (-16)$; е) $\frac{1}{2} + 3\frac{4}{5} - 4,3 - 0,5 + 4,3 + \frac{1}{5} - 8$;
 ж) $0,5 - \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + 0,6 - 0,5 + \frac{2}{5}$; з) $4\frac{9}{14} - \frac{5}{12} - (-3\frac{5}{14}) - 3\frac{7}{12} + 1\frac{2}{5}$;
 и) $3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6} - 5\frac{5}{9} - 4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{9}$; к) $-3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{5} - 5\frac{1}{2} + 2\frac{1}{15} + 1\frac{3}{5} + 2,4 + 3,5$.

7

Между какими двумя последующими целыми числами расположены эти числа:

$-5\frac{1}{18}$? $-12,3$? $-\frac{1}{2}$? $+2,3$? $-5,6$? $-0,9$?

8а) Уменьшаемое 76, вычитаемое (-20) . Найди разность:

- б) -43 уменьши на 25;
 в) -25 увеличь на 18.

9

Что больше - разность или уменьшаемое, когда:

- а) вычитаемое отрицательно?
 б) вычитаемое положительно?

- 10** Как изменилась температура воздуха, если термометр показывал:
а) 9° утром и 3° вечером;
б) (-8°) утром и 3° вечером;
в) (-8°) утром и вечером (-3°) .

11 Что больше:

- а) $-7-8$ или $12-24$? б) $25-25$ или $2-(-6)$?
в) $32-25$ или $0-14$? г) $-3-18$ или $-45+(-5)$.

12 Что больше:

- а) $|-5,6+2,9|$ или $|-5,6|+|2,9|$; б) $|-17-4,5|$ или $|-17|+|3,5|$;
в) $|-16+7,4|$ или $|-16|+|7,4|$; г) $|0,16-1,5|$ или $|0,16|+|1,5|$

13 Вычисли длину отрезка, если координаты его концов:

- а) 7 и 9; б) -5 и 6; в) -2,5 и -3; г) -4,7 и 0.

14 Реши уравнение:

- а) $x + 27 = 15$; б) $x - 13 = -26$; в) $2,5x - 7,5 = -5$;
г) $-3,4 + 2x = -1,2$; д) $-8 + x = 0$; е) $x + (-3,8) = -5$;
ж) $x + (-3,4) = -15$; з) $-1 + x = -11,1$; и) $18 - (32 + x) = 13$;
к) $7,8 - (x - 4,2) = 36$; л) $7,8 + (x - 18) = 31$; м) $2x + (x - 2) = -18$.

15 Возможно ли, чтобы разность двух отрицательных чисел:

- а) была больше уменьшаемого? б) была больше вычитаемого?
в) была меньше уменьшаемого? г) была меньше вычитаемого?

16 Предположим, что точки А (а) и В (b) лежат на числовой прямой. Докажи, что длина отрезка АВ равна $|a - b|$.

17 Измени знак «*» на «+» или «-» так, чтобы получить правильное равенство.

- а) $-3,7 * (-6,3) - 11,4 = -8,8$; б) $-(-20,5) - (+5,4) * 7,6 = 22,7$.

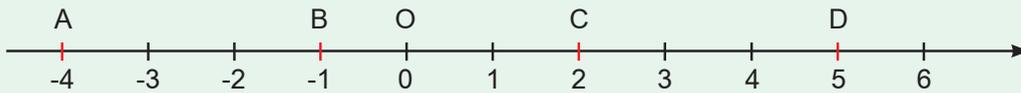
18 Найди:

- а) сумму всех целых чисел от -100 до 100 (включительно);
б) сумму всех целых чисел от -399 до 401 (включительно).

19 На числовой прямой с единичным отрезком длиной 3 см лежит отрезок АВ длиной 7,2 см. Координата точки А равна 1,2. Вычисли координату точки В (рассмотри два случая).

20 На числовой оси даны точки А, В и С с положительными координатами. Координата точки А в 3 раза больше, чем координата точки В, и в 4 раза больше, чем координата точки С. Во сколько раз длина отрезка АС больше длины отрезка ВС?

- 21 Начало координат на координатной прямой перенесли на 3 единицы влево.



- а) Какие координаты будут у точек А, В, С, D после переноса?
б) Отмечена ли на прямой точка, модуль координаты которой уменьшился?
в) Найди координату, модуль которой не изменился при перемещении.

22 Выполни умножение:

- а) $2,15 \times 0,3$; б) $3,5 \times 2,1$; в) $4,4 \times 1,5$; г) $1,9 \times 1,1$;
д) $7,7 \times 10,1$; е) $0,175 \times 1,01$; ж) $0,15 \times 0,15$; з) $8 \times 0,125$.

23 Выполни деление:

- а) $1,2 : 0,4$; б) $3,6 : 1,8$; в) $4,41 : 0,9$; г) $5,5 : 0,11$;
д) $4,83 : 0,3$; е) $25,6 : 0,16$; ж) $3,24 : 7,2$; з) $0,01 : 0,1$.

- 24 Один метр ткани стоит 21,4 лари. Сколько будет стоить:
а) 3 м ткани? б) 2,8 м ткани?

25 Один килограмм конфет стоит 4,4 лари. Сколько будет стоить 2,5 кг конфет?

- 26 Катер проходит 20,4 километра в час. Сколько километров пройдет катер:
а) за 3 часа? б) за 4,5 часа?
в) за 20 минут?



27 Гия потребовалось 0,75 часа, чтобы подняться на Черепашье озеро из центра парка Ваке. Каково расстояние от центра парка до озера, если Гия двигался со скоростью 2,4 км/ч?

- 28 Длина прямоугольника составляет 1,25 см, а ширина - 1,2 см. Вычисли:
а) периметр; б) площадь прямоугольника



29 Один литр подсолнечного масла весит 0,92 килограмма. Какая масса 0,75 л масла?

30 Чтобы кормить лошадь неделю понадобилось 2,8 кг ячменя и 63,7 кг сена. Сколько, в среднем, килограммов ячменя и сена потреблялось ежедневно?

1.9 Умножение и деление чисел



Цель

Овладеть навыками умножения и деления положительных и отрицательных чисел и использовать их в вычислениях

Задача 1. Уровень воды в реке изменяется на m сантиметров каждый час. Как изменится уровень воды в реке с данного момента в течение t часов?

Решение. Если за один час уровень воды изменяется на m см, то уровень воды в течение t часов изменится $t \times m$ сантиметров. Рассмотрим несколько конкретных случаев:

- $m = 3, t = 4$. В этом случае уровень воды поднимается на 3 сантиметра каждый час. Через 4 часа уровень воды поднимется на $4 \times 3 = 12$ см.
- $m = -3, t = 4$. В этом случае уровень воды уменьшается на 3 см каждый час. Через 4 часа уровень воды уменьшится на $4 \times 3 = 12$ см, т.е. изменение уровня воды составит (-12) сантиметров. Получаем, что $4 \times (-3) = -12$.
- $m = 3, t = -4$. В этом случае нам нужно вычислить изменение уровня воды за 4 часа до заданного момента. Если бы уровень воды повышался на 3 сантиметра каждый час, то 4 часа назад уровень воды был бы на $4 \times 3 = 12$ сантиметров ниже. Получаем, что $-4 \times 3 = -12$.
- $m = -3, t = -4$. В этом случае нам нужно вычислить изменение уровня воды за 4 часа до заданного момента. Если бы уровень воды уменьшался на 3 сантиметра каждый час, то 4 часа назад уровень воды был бы на $4 \times 3 = 12$ сантиметров выше. Получаем, что $(-4) \times (-3) = 12$.

Рассмотренные случаи представим в виде таблицы:

m (в см)	t (в час.)	Изменение уровня воды в реке	
		Устно	Числами
3	4	увеличился на 12 см	$3 \times 4 = 12$
-3	4	уменьшился на 12 см	$(-3) \times 4 = -12$
3	-4	был на 12 см меньше	$3 \times (-4) = -12$
-3	-4	был на 12 см больше	$(-3) \times (-4) = 12$

Из полученных результатов заключаем:

- При умножении двух чисел с разными знаками получается отрицательное число, модуль которого равен произведению модулей множителей.
- При умножении двух чисел с одинаковыми знаками получается положительное число, модуль которого равен произведению модулей множителей.

Пример 1. Вычислим произведение: а) $(-5) \times 0,6$; б) $(-1\frac{1}{2}) \times (-6)$.

Решение.

а) $(-5) \times 0,6 = -(5 \times 0,6) = -3$; б) $(-1\frac{1}{2}) \times (-6) = 9$.

Пример 2. Вычислим произведение:

а) $1,2 \times (-0,5) \times (-1) \times (-10)$; б) $4 \times 5 \times 9 \times (-2) \times (-1)$.

Решение.

а) $1,2 \times (-0,5) \times (-1) \times (-10) = -6$ (количество отрицательных множителей нечетное);

б) $4 \times 5 \times 9 \times (-2) \times (-1) = 360$ (количество отрицательных множителей четное).

Правило деления чисел аналогично правилу умножения. Знак частного устанавливается точно так же, как и при умножении. В частности:

При делении числа на число мы должны делить модуль делимого на модуль делителя. Полученное частное:

а) положительно, если знаки делимого и делителя одинаковы.

б) отрицательно, если знаки делимого и делителя разные.

Пример 3. Выполним деление: $(-15):3$; $-300:(-10)$; $5,2:(-4)$; $0:(-8)$.

Решение.

$(-15):3 = -5$; $-300:(-10) = 30$; $5,2:(-4) = -1,3$; $0:(-8) = 0$.

Ответь на вопросы:

1. Положительно или отрицательно произведение числа на само себя? Частное?
2. Положительно или отрицательно произведение противоположных чисел? Частное?
3. Положительно или отрицательно произведение трех отрицательных чисел?
4. Если произведение трех чисел отрицательное, то сколько из них могут быть положительными?
5. Если произведение четырех чисел положительное, то сколько из них могут быть отрицательными?
6. Если произведение четырех чисел отрицательное, то сколько из них могут быть положительными?

Упражнения

1 Сравни произведение с нулем без вычисления:

- а) $(-9) \times 8$; б) $(-4) \times (-95)$;
в) $3 \times (-25) \times (-58)$; г) $102 \times (-8) \times (-1) \times (-100)$;
д) $121:(-1,1)$; е) $-0,025:(-0,4)$.

2 Определи знак a , если:

- а) $a \times (-9) = 54$;
б) $-a \times 12 = 1,5$;
в) $a \times (-14) \times (-8) = 48,5$.

Помни!

1. Для любого a
 $a \times 0 = 0$;
2. $a \times (-1) = a:(-1) = -a$;
3. если $a \neq 0$, $0:a = 0$.

3

Выполни умножение:

- а) -4×500 , б) $-5,4 \times (-5)$, в) $-6 \times 12,5$, г) $-0,025 \times (-8)$,
 $-40 \times (-15)$, $-2,04 \times 5000$, $-5,4 \times 5$, $0,025 \times (-8)$,
 $-2,8 \times 0,05$, $-1,402 \times (-15)$, $-18 \times (-0,2)$, $-0,025 \times 85$,
 $-0,4 \times (-3,8)$, $-0,4 \times (-2,28)$, $18 \times (-0,2)$, $0,025 \times 85$,
 $-12 \times 50,01$, $-2,8 \times 12,25$, $-0,05 \times (-100)$, $-0,25 \times (-85)$,
 $12 \times (-50,01)$; $-2,8 \times (-12,25)$; $-0,004 \times (-600)$; $-18 \times (-0,25)$.

4

Выполни деление:

- а) $0,035 : 0,7$, б) $-0,035 : 0,7$, в) $0,035 : (-0,7)$, г) $-0,035 : (-0,7)$,
 $100 : (-0,25)$, $-100 : 0,25$, $-100 : (-0,25)$, $0,1 : (-0,25) : (-1)$,
 $18 : (-2,4)$, $-18 : (-2,4)$, $-18 : 2,4$, $20 : (-1) : (-20)$,
 $-20 : (-0,2)$, $-3,6 : (-9)$, $-40,05 : (-0,09)$, $3,24 : (-18) : (-9)$,
 $-\left(-\frac{4}{5}\right) : \left(-\frac{7}{10}\right)$; $3\frac{5}{24} : \left(-1\frac{29}{48}\right)$; $-16 : \left(-\frac{4}{5}\right)$; $-5,061 : \frac{21}{25} : (-1)$.

5

Реши уравнение:

- а) $50 : x = -5$; б) $x : (-3) = 1,2$, в) $-72 \times x = 144$, г) $-90 \times x = -10$,
 $x : 7 = -7$, $x : (-18) = -\frac{5}{18}$, $-\frac{44}{53} \times x = -22$, $x \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 0,06$,
 $x : 2 = -9$; $x : (-7) = 0,23$; $-15,6 \times x = -39$; $-6\frac{1}{2} \times x = -13$.

6

Что больше:

- а) -12×4 или $-12 \times (-4)$? б) -12×4 или $12 \times (-4)$?
в) $-6 \times (-9)$ или $-45 \times (40)$? г) 100×4 или $-6 \times (-100)$?
д) $100 : (-25)$ или 0 ? е) 11 или $-63 : (-7)$?

7

Найди ошибки и исправь их:

$40 : (-0,8) = -0,5$; $-24 \times 0,6 = -84$; $5 : \left(-\frac{1}{2}\right) = 10$;
 $16 : (-7) = 2\frac{2}{7}$; $-0,25 \times (-8) = -2$; $(-90) : (-18) = -5$.

8

Выполни действия:

- а) $(14,5 - 25,15) \times 4$; г) $14,5 - (-25,15) \times 4$; ж) $14,5 - (-25,15 \times 4)$;
б) $-0,8 \times 11,7 - 9 \times 2$; д) $-0,8 \times (11,7 - 9 \times 2)$; з) $(-0,8 \times 11,7 - 9) \times 2$;
в) $20 : (-10 + 1,2 \times 0,5)$; е) $(20 : (-10) + 1,2) \times 0,5$; и) $20 : (-10) + 1,2 \times 0,5$.

9

Начерти и заполни таблицу.

a	-1	-2	6	-6	2	-4	-8
b	2	-5	3	1,5	1	9	7
a × b							
a : b							
-a × b							
-a × (-b)							
-a : (-b)							

10 Как изменится уровень воды в реке через 5 дней, если он будет меняться ежедневно:
а) на +1,4 см? б) (-3) см?

11 При повышении температуры на 1° , уровень ртути в термометре поднимается на 3 мм. Как изменится высота ртутного столба, если температура воздуха изменится:
а) на $+12^\circ$? б) (-15°) ?

12 С 3 по 6 января включительно температура снижалась на 2° ежедневно. На сколько градусов изменилась температура за эти дни?

13 Представь число (-36):
а) в виде разности двух чисел;
б) в виде суммы двух чисел;
в) в виде произведения двух чисел;
г) в виде частного двух чисел.

14 Вычисли значение дроби:

а) $\frac{5,4 \times (-1,9)}{-5,7 \times 0,9}$; б) $\frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times (-5)}{0,5}$.

15 Выполни действия и сделай вывод:

а) 25×1 ; $25 \times (-1)$; -25×1 ; $-25 \times (-1)$; 56×0 ;
б) $40 : 1$; $40 : (-1)$; $-40 : 1$; $-40 : (-1)$; $0 \times (-1000)$.

16 Известно, что уровень воды в реке в течение t часов изменяется на a см по сравнению с заданным моментом времени.

а) Каким будет изменение уровня воды через 5 часов, если $a = -3$?
б) Каким было изменение уровня воды 3 часа назад, если $a = 7$?

17 Реши уравнение:

а) $\frac{5}{6} \times \left(-\frac{3}{14}\right) = x : \left(-\frac{7}{15}\right)$; б) $-1\frac{2}{5} \times x = 11\frac{2}{3} : \left(-2\frac{2}{9}\right)$;

в) $\frac{x}{-5,8} = \frac{-2,3}{-4,6}$; г) $\frac{-2,8}{-4,2} = \frac{35}{x}$.

18 Известно, что произведение разности двух чисел и 6:

а) положительное число; б) отрицательное число.
Что больше, уменьшаемое или вычитаемое?

19 Произведение разности двух чисел и -20:

а) отрицательное число; б) положительное число.
Что больше, уменьшаемое или вычитаемое?

20 Произведение разности двух чисел и (-2) равно нулю. Сравните между собой уменьшаемое и вычитаемое.

- 21 Известно, что температура воздуха меняется каждый час на t° . Начерти и заполни пустые поля в таблице:

t°	n (час)	Изменение температуры за n часов	
		Вычисление результата	Описание
2	3		
3			была на 12° меньше
		$-4 \times (-2) = 8$	
	1		на 4° ниже

- 22 Ника и Тамта одновременно вышли из одного и того же места и пошли в противоположных направлениях. Каково будет расстояние между ними через 1,5 часа, если Ника идет со скоростью 5,2 км/ч, а Тамта - со скоростью 3,4 км/ч?

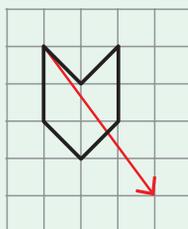
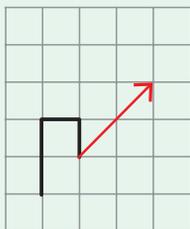
- 23 Дута и Гиги одновременно вышли из дома и пошли в одном направлении. Каково будет расстояние между ними через 2 часа, если Дута движется со скоростью 4,5 км/ч, а Гиги - со скоростью 3,5 км/ч?

- 24 Когда турист прошел 4,2 километра, то до середины дороги ему осталось пройти в 2 раза больше пройденного. Сколько километров составит вся длина дороги?

- 25 Из двух разных пунктов навстречу друг другу выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста была 16,5 км/ч, а мотоциклиста - в 4 раза больше. Каково расстояние между пунктами, если велосипедист и мотоциклист встретятся через 2 часа и 20 минут после начала движения?



- 26 Начерти фигуру на листе в клетку и выполни параллельный перенос в соответствии с заданной стрелкой.



- 27 Найди информацию о вершинах Кавказа, составь таблицу их высот и приложи соответствующие фотографии, построй соответствующую диаграмму.



Сванети

1.10 Вычисление значения числового выражения



Цель

1. Вычислить значения числового выражения, содержащего все четыре арифметических действия;
2. Использовать свойства арифметических действий для упрощения вычислений.

Если числовое выражение содержит более одного арифметического действия, необходимо соблюдать следующие правила последовательности действий:

- I. Если выражение содержит только действия сложения-вычитания или только умножения-деления, то действия будут выполняться последовательно слева направо.
- II. В выражении без скобок сначала выполняются действия умножения-деления, а затем действия сложения-вычитания.
- III. В выражении, содержащем скобки, сначала выполняются действия, указанные в скобках.

Пример 1. $2,5 \times (3,2 + 0,8) - 12,86 : 2 = ?$

Решение. 1) Выполним действие, указанное в скобках: $3,2 + 0,8 = 4$

2) Выполним умножение: $2,5 \times 4 = 10$;

3) Выполним деление: $12,86 : 2 = 6,43$;

4) Выполним вычитание: $10 - 6,43 = 3,57$.

Ответ: 3,57.

При вычислении тебе помогут следующие свойства арифметических действий:

Переместительное свойство:

1. При перемещении слагаемых сумма не меняется: $a + b = b + a$
2. При перемещении множителей произведение не меняется: $a \times b = b \times a$.

Распределительное свойство:

Произведение суммы на число равно сумме произведений каждого слагаемого на это число:

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

Число, **умноженное на ноль**, равно нулю: $a \times 0 = 0$

Если вычисляемое числовое выражение включает в себя как числа, записанные в виде обыкновенной дроби, так и в виде десятичной дроби, то желательно записать все числа, входящие в выражение, либо в виде обыкновенной дроби, либо в виде десятичной дроби.

Пример 2

а) $\left(\frac{3}{4} + 0,5\right) \times \left(0,7 - 1\frac{1}{5}\right) = ?$ б) $\left(1\frac{1}{3} - 0,5\right) \times \frac{2}{7} - 0,1 = ?$

Решение. а) 1) Запишем $\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{5}$ в виде десятичной дроби: $\frac{3}{4} = 0,75$; $1\frac{1}{5} = 1,2$.

2) Выполним действия над десятичными дробями:

$$(0,75 + 0,5) \times (0,7 - 1,2) = 1,25 \times (-0,5) = -0,625.$$

Ответ: -0,625.

При вычислении числового выражения важно разработать правильную стратегию: Чем рациональнее способ вы выберете, тем больше времени сэкономите!

б) 1) Мы не можем записать дроби $1\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{7}$ в виде конечных десятичных дробей, поэтому лучше записать 0,5 и 0,1 в виде дробей: $0,5 = \frac{1}{2}$, $0,1 = \frac{1}{10}$.

2) Выполним операции над дробями:

$$\left(1\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{7} - \frac{1}{10} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{7} - \frac{1}{10} = \frac{5}{21} - \frac{1}{10} = \frac{29}{210}.$$

Ответ: $\frac{29}{210}$.

Иногда для упрощения вычислений целесообразно изменить последовательность действий.

Пример 3. а) $\left(\frac{1}{4} + 0,125\right) \times (7,46 + 0,54) = ?$

Решение.

1) Лучше сначала выполнить действие, данное во вторых скобках:

$$7,46 + 0,54 = 8;$$

2) Данные в первых скобках слагаемые по отдельности умножим на 8:

$$\frac{1}{4} \times 8 = 2; 0,125 \times 8 = 1;$$

3) Сложим полученные произведения: $2+1=3$.

Ответ: 3.

б) $\left(17,325 \times 23,278 - 54\frac{7}{18} : 3,45\right) \times (21,81 \times 5,8 - 5,8 \times 21,81) = ?$

Для вычисления этого примера прямым способом требуется много времени. Но если мы заметим, что размещенное во вторых скобках выражение равно 0, то получим ответ без вычислений.

Ответ: 0.

Пример 4. $\frac{(0,25 - 0,75) \times 7 + 2 \times 7}{14 \times 0,9 - 21 \times 0,4} = ?$

Решение. Данное числовое выражение записано в виде десятичной дроби. Чтобы вычислить его значение, мы отдельно вычисляем числитель, отдельно - знаменатель, и в конце выполняем действие деления, обозначенное чертой дроби:

$$(0,25 - 0,75) \times 7 + 2 \times 7 = (-0,5) \times 7 + 14 = -3,5 + 14 = 10,5;$$

$$14 \times 0,9 - 21 \times 0,4 = 12,6 - 8,4 = 4,2;$$

$$10,5 : 4,2 = 105 : 42 = 2,5.$$

Чтобы вычислить этот пример более рациональным способом, обратим внимание, что числитель и знаменатель имеет общий множитель 7, который мы можем вынести за скобки и сократить:

$$\frac{(0,25 - 0,75) \times 7 + 2 \times 7}{14 \times 0,9 - 21 \times 0,4} = \frac{7 \times (0,25 - 0,75 + 2)}{7 \times (2 \times 0,9 - 3 \times 0,4)} = \frac{1,5}{0,6} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

Ответ на вопросы:

1. Какое действие ты выполнишь первым для вычисления числового выражения без скобок, которое содержит только операции умножения и деления?
2. Какое действие ты выполнишь первым для вычисления числового выражения без скобок, которое содержит только операции сложения и умножения?
3. Можно ли в приведенном в тексте примере 1 сначала выполнить действие деления, а затем остальные действия?
4. Получим ли мы тот же ответ в приведенном в тексте примере 2а, если бы в числовом выражении мы записали десятичные дроби в виде обыкновенных дробей?
5. Почему в приведенном в тексте примере 2б мы предпочли записать десятичные дроби в виде обыкновенных дробей?
6. Какие свойства арифметических действий мы использовали для вычисления значения числового выражения в приведенном в тексте примере 3а)?

Упражнения

1 Вычисли значение числового выражения (устно):

а) $2,5 + 1,6 : 2$; б) $2 \times \frac{1}{4} \times 0,5$; в) $1,7 + 0,3 - 2$; г) $\frac{2}{9} \times 3 : \frac{1}{3}$;
 д) $6 \times \left(4 - 4\frac{5}{6}\right)$; е) $12 + 8 \times (-0,25)$; ж) $10 - (7,5 - 8)$; з) $\frac{1}{2} \times 2 - 1$;
 и) $\left(1,5 - 1\frac{1}{2}\right) \times 28,35$; к) $32,7 \times 2 - 32,7 : \frac{1}{2}$; л) $7,7 \times 9,8 - 9,8 \times 7,7$;
 м) $8 \times \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right)$; н) $1,2 \times 7 - 12 \times 0,7$; о) $(3,36 - 2,567) \times \left(\frac{1}{4} - 0,25\right)$.

2 Вычисли значение числового выражения:

а) $\frac{2}{3} + 0,125 + 0,2$; б) $(45,5 - 44,3) : 0,2$; в) $\left(2\frac{1}{2} + 0,75\right) \times \frac{4}{13}$;
 г) $\left(1\frac{5}{9} + 2\frac{1}{3}\right) : \frac{1}{9} + 8,4 \times \frac{1}{4}$; д) $\left(18,4 \times 0,1 + 12,3 \times \frac{1}{3}\right) \times 10 + 0,006 \times 100$;
 е) $\frac{\frac{3}{4} \times 2,5 \times 1,8}{0,75 \times 4,5 \times \frac{9}{5}}$; ж) $\frac{\left(2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{11}}{\left(45\frac{1}{2} - 44\frac{3}{10}\right) : \frac{1}{5}}$; з) $2\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} + 0,5 + 0,25\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right)$;
 и) $32 : \left(\left(7,5 - 6,2\right) \times \frac{5}{13} + 31 : \frac{1}{2}\right)$; к) $\frac{7,23 \times 2,1 - 2,1 \times 1,23}{4,2 - 1,6 \times 2,1}$;
 л) $(2,37 + 3,03) : 0,9 - 12\frac{3}{5} : 2,1$; м) $\frac{\left(9\frac{1}{4} + 48,75\right) \times \frac{5}{29}}{\left(13,3 - 11\frac{1}{2}\right) : 1,8}$;
 н) $16 : 6,4 - \left(12 : 3\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) \times 0,6$; о) $34,17 : 1,7 + \left(2\frac{3}{4} - 0,15\right) : 2\frac{3}{5} - 22,1$;
 п) $\left(5,853 \times 3,257 - 13\frac{5}{6} : 27\frac{15}{23}\right) \left(1,2 - 1\frac{1}{5}\right)$;
 р) $\left(1,125 \times 8 - 0,8 \times 11,25\right) : \left(12\frac{32}{33} : 0,45 - 11,3\right)$.

Составь необходимое числовое выражение для решения задачи, и вычисли его значение (№3-№5).

3 Альбом для рисования стоит 0,6 лари, а набор цветных карандашей - 1,4 лари. Сколько заплатила Эка за два альбома и три набора карандашей?

4 Площадь участка прямоугольной формы составляет 1200 кв.м. Длина второго участка аналогичной формы в 2,5 раза больше длины этого участка, а ширина - в $1\frac{2}{3}$ раза меньше ширины этого участка. Какую площадь имеет второй участок?



5 В одном кувшине (Квеври) $2\frac{3}{5}$ тонны вина, а в другом - в 1,3 раза меньше, чем в первом. Сколько тонн вина в обоих кувшинах?

6 Вставь нужные цифры вместо символа «?»:

$$\text{а) } \begin{array}{r} 4?,67? \\ - 8,7?9 \\ \hline 36,?89 \end{array}$$

$$\text{б) } \begin{array}{r} 2,74?1 \\ +8,??35 \\ \hline 3,532? \\ \hline ??,2998 \end{array}$$

7 Составь задачу в соответствии с числовым выражением:

а) $2 \times 1,5 + 4 \times \frac{1}{2}$; б) $3,6 : 2 \times 1\frac{4}{5}$; в) $2,4 + 2,4 : 2$.

8 Вместо «*» в записи числа $354*5*$ вставь цифры так, чтобы получить: а) наименьшее; б) наибольшее число, кратное 9.

9 Вместо «*» в записи произведения $1* \times *9 = 435$, вставь цифры так, чтобы получить правильное равенство.

10 Представь в виде суммы разрядных слагаемых:

а) 243243; б) 12,12; в) 0,1010; г) 3,0107.

11 Округли до сотых:

а) 0,3424; б) 2,126; в) 0,6052; г) 19,0987.

12 Расположи числа в порядке возрастания: 0,21; 1,01; -3,5; -0,7.

13 Вычисли значения выражений x^2 и y^2 и определи, какое больше, если:

а) $x=0,5$, $y=1,2$; б) $x=2,1$, $y=-3$; в) $x=-4$; $y=-5$.

Ну-ка попробуй!

При делении натурального числа m на 4, получается остаток 3. Запиши дробь $\frac{m}{4}$ в виде десятичной дроби и определи цифру в разряде: а) десятых б) сотых.

1.11 Калькулятор



1. Овладеть навыками выполнения вычисления с помощью калькулятора;
2. Овладеть навыками использования калькулятора для проверки вычислений и проведения числовых экспериментов.

Калькулятор используется для совершения вычислений. Рассмотрим калькулятор небольших возможностей, который широко распространен и полностью подходит для наших целей. Основными компонентами калькулятора являются экран и клавиатура.

Когда калькулятор выключен, на экране ничего не написано. На экране включенного калькулятора записываются набранные нами числа и результат вычисления.

Перечислим назначение клавиш:

ON	—	включение
OFF	—	выключение
M+	—	к числу в памяти калькулятора добавляется число, записанное на экране, (результат остается в памяти)
M-	—	из числа в памяти калькулятора вычитается число, записанное на экране (результат остается в памяти)
C	—	число на экране и в памяти обнуляется
CE	—	число на экране обнуляется
MR	—	на экране появляется число, записанное в памяти
•	—	Разделение целой и дробной частей
=	—	отображение результата действия на экране



При работе на калькуляторе необходимо соблюдать правила последовательности действий

Кроме указанных, на клавиатуре есть клавиши для набора цифр и арифметических операций.

Пример 1. Вычислим значение числового выражения $2,1 + 3,7 - 0,7$.

$$\boxed{2,1} \quad \boxed{+} \quad \boxed{3,7} \quad \boxed{-} \quad \boxed{0,7} \quad \boxed{=}$$

В результате мы получим ответ на экране: 5,1.

Пример 2. Вычислим $25 + 4,2 \times 3,5$

$$\boxed{4,2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{3,5} \quad \boxed{+} \quad \boxed{25} \quad \boxed{=}$$

Ответ: 39,7.

В этом примере мы сначала выполнили на калькуляторе умножение, а затем - сложение, как того требуют правила последовательности действий.

Пример 3. Вычислим $25 - 4,2 \times 3,5$.

В этом случае удобно использовать память. Сначала выполним умножение и сохраним результат в памяти, а затем наберем 25 и вычтем сохраненное произведение:

4,2 x 3,5 = M+ 25 - MR =

Если в результате вычислений мы получим бесконечную десятичную дробь, то нужно округлить ответ до желаемого разряда

Ответ: 10,3.

С помощью калькулятора мы также можем выполнять операции с дробями.

Пример 4. Вычислим: $\frac{3}{4} \times \frac{7}{25} : \frac{5}{11}$.

Вычислим знаменатель вычисляемой дроби, сохраним его в памяти, затем вычислим числитель и разделим его на сохраненный знаменатель:

4 x 25 x 5 = M+ получили 500

На экране появится результат: 0,462

Ответ: 0,462

3 x 7 x 11 = ÷ MR =

Ответ на вопросы:

1. Каково назначение экрана калькулятора?
2. Какова цель клавишей с цифрами?
3. Каково назначение клавиши M?
4. Какой клавишей отображается число, записанное в памяти?
5. Какой клавишей обнулится число на экране?
6. Почему необходимо соблюдать последовательность действий?

Упражнения

1

Вычисли с помощью калькулятора:

а) $3,5 + 6,9 + 0,25$;

б) $6,24 : 4 \times 5,8$;

в) $2,8 + 3,1 \times 4,7$;

г) $0,28 \times 4,5 : 100$;

д) $25,6 + 7,3 - 2,16$;

е) $32,8 \times 33,3 : 1,11$;

ж) $37,45 - 35,88 - 0,987$;

з) $(5,55 - 2,3) \times 4,4$;

и) $40 \times (6,5 + 7,3)$;

к) $(33,36 - 12,3) : 0,9$.

2

Вычисли с помощью памяти калькулятора:

а) $350-17 \times 12$;

б) $66,8-3,54 \times 2,7$;

в) $(12-5,5) \times (12+5,5)$;

г) $(36,15+5,64) \times (5,3-4,5)$;

д) $(15,9-6,81) : (6,2-3,4)$;

е) $\frac{11}{12} \times \frac{15}{46}$;

ж) $\frac{3}{25} \times \frac{13}{28} \times \frac{7}{26}$;

з) $\frac{17}{18} \cdot \frac{5}{6} \times \frac{3}{20}$.

3

Составь схему и вычисли:

а) $13+28-15$;

б) $(3,2-2,3) \times 4,5$;

в) $15+(13-9):8$;

г) $(12,17+10,27) \times (6,6-1,8)$;

д) $35,25-6,3:0,9$.

4

При наборе двух чисел Тинико набрала на калькуляторе 1367,42 вместо 1357,32. Каким коротким способом Тинико может исправить эту ошибку?

5

При вычислении на калькуляторе, в последнем действии Лаша допустил ошибку:

а) Вместо умножения на 12,35 он набрал 1,235.

Каким коротким способом Лаша может исправить эту ошибку?

б) Что должен сделать Лаша, если он разделил на 1,235 вместо 12,35?

6

При вычитании двух чисел на калькуляторе, Эка вместо вычитаемого 632,59 набрала 532,51. Каким образом Эка может исправить эту ошибку?

7

Какая ошибка допущена при вычислении значения выражения $2,5 + 3,5 \times 4,2$ на калькуляторе на приведенной ниже схеме?

$$\boxed{2,5} \quad \boxed{+} \quad \boxed{3,5} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{4,2} \quad \boxed{=}$$

8

Какое значение числового выражения будет вычислено на калькуляторе по следующей схеме?

а) $\boxed{3,2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{1,5} \quad \boxed{=} \quad \boxed{M+} \quad \boxed{0,5} \quad \boxed{-} \quad \boxed{MR} \quad \boxed{=}$

б) $\boxed{7} \quad \boxed{+} \quad \boxed{2,4} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{4} \quad \boxed{=} \quad \boxed{M+} \quad \boxed{3,5} \quad \boxed{-} \quad \boxed{MR} \quad \boxed{=}$

9

Проверь правильность следующих предложений с помощью калькулятора:

а) 119 - простое число;

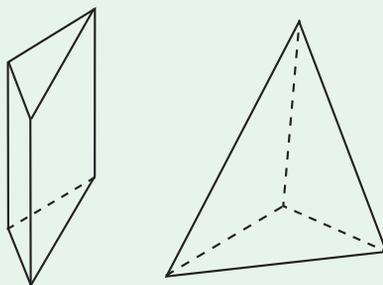
б) 2405 кратно 37;

в) при делении 2319 на 23 получается остаток 21;

г) самое большое четырехзначное число, которое дает нам 23 в остатке при делении на 29, равно 9999.

Калькулятор можно использовать для проведения численных экспериментов и проверки математических гипотез.

- 10** Вычисли количество вершин, ребер и граней пространственных фигур, приведенных на рисунке.:



Сколько вершин, ребер и граней имеет: а) четырехугольная пирамида? б) шестиугольная призма?

- 11** Припиши одну и ту же цифру слева и справа от 10, чтобы получить число, кратное 72.

- 12** Какое число нужно приписать справа от 36, чтобы увеличить это число в 103 раза?

- 13** Какие значения n делятся на 9 без остатка:

а) 10^n+71 ? б) 10^n+17 ? в) 10^n+35 ?

Ну-ка попробуй!

Начерти квадрат и раздели его пересекающимися прямыми на 20 равных прямоугольников так, чтобы использовать наименьшее количество прямых.

Из истории калькулятора

История калькуляторов началась около 40 веков назад в древнем Вавилоне. Созданное вавилонцами вычислительное устройство «абак» было построено по принципу вычислений, сохранившимся до наших дней.

Первый механический калькулятор, который выполнял все четыре арифметических действия, был изобретен в XVII веке великим французским ученым Блезом Паскалем.

Механические калькуляторы широко использовались в прошлом веке до создания электрического калькулятора.

Калькуляторы, загруженные на все мобильные телефоны, имеют больше возможностей, чем стандартный калькулятор, описанный в этом пункте. Интернет позволяет найти и скачать современное приложение калькулятора с множеством функций и возможностей.



Абак



Счеты



Механический калькулятор (1913).

Обзор Главы 1

Что мы изучили в этой главе?

1. Что такое множество;
2. Что такое объединение и пересечение двух множеств;
3. Для чего мы используем диаграмму Венна;
4. Что такое числовая ось;
5. Как сравнивать числа;
6. Что показывает модуль числа;
7. Как сложить числа с одинаковыми и разными знаками;
8. Как свести действие вычитания к действию сложения;
9. Как умножать и делить числа с одинаковыми и разными знаками;
10. Каково назначение калькулятора?

Ответ на вопросы:

- Каково назначение символов: \in , \subset , \emptyset ?
- Из скольких элементов состоит множество цифр? Множество букв грузинского алфавита?
- Сколько целых чисел находится между (-5) и 5 ?
- Какое число противоположно (-7) ?
- Модуль какого числа равен 0 ?
- Модуль какого числа равен его противоположному числу?
- Как определить знак суммы чисел с разными знаками?
- Каков знак произведения чисел с одинаковыми знаками?

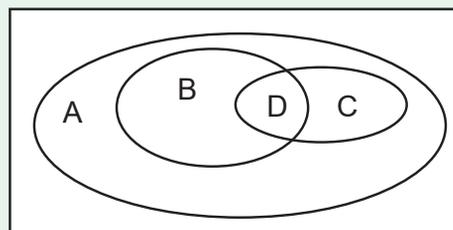
Выберите слово из правого столбца, чтобы вставить его в предложение в левом столбце	
1. Произведение двух чисел с разными знаками _____.	равны
2. Модули противоположных чисел _____.	отрицательно
3. Сумма противоположных чисел равна _____.	положительна
4. Отрицательное число _____ нуля.	нулю
5. Отношение двух отрицательных чисел _____.	положительно
6. уменьшаемое положительно, а вычитаемое отрицательно, тогда разность _____.	меньше
7. Если произведение двух чисел равно одному, тогда они _____ числа.	противоположными
8. Если сумма двух чисел равна нулю, тогда они являются _____ числами.	обратные

Упражнения

1 Дано $A = \{0, -1, 2, -3, 4\}$, $B = \{0, -2, 2, -4, 4\}$. Напиши множества $A \cup B$ и $A \cap B$.

2 Определи, какая запись, согласно диаграмме, является неправильной:

- а) $B \subset A$; б) $A \cup B = A$;
в) $B \cap C = D$; г) $C \cup B = D$



3 D - множество трехзначных натуральных чисел. Составь такое подмножество D, которое содержит только кратные 100 числа.

4 A – множество чисел, кратных 3, B - множество чисел, кратных 5, а D - множество чисел, кратных 15. Начерти и заполни поля таблицы согласно образцу:

	5	6	30	25
A	$5 \notin A$			
B	$5 \in B$			
D	$5 \notin D$			

5 Температуру воздуха измеряли каждый час с 11 до 19 часов. В таблице приведены результаты измерения температуры воздуха.

Время (час)	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Температура	7,5	8,3	8,6	8,8	9,3	9,6	9,3	8,5	6,7

а) Начерти следующую таблицу и заполни изменение температуры в заданные интервалы времени с помощью приведенной выше таблицы.

Период времени (ч)	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
Изменение температуры	+0,8							

б) Определи, в какой отрезок времени температура повышалась и в какой – снижалась.

6 Сравни числа:

- а) +14 и +17; б) 3,8 и -8,3; в) -14 и +0,5; г) -5 и -2.

7 Начерти числовую прямую и отметь точки: E (+5), D (-2), A (-0,5), B(3).

8

Закончи предложение:

Если число a на числовой прямой соответствует точке А, а число b - точке В и

а) точки А и В совпадают, тогда

б) точка А находится справа от точки В, тогда

в) точка В находится справа от точки А, тогда

9

Вычисли устно:

а) $2,5 - 1,6 : 2$;

б) $4 \times \frac{1}{4} \times 2$;

в) $1,5 + 0,5 - 2$;

г) $\frac{1}{8} \times 16 : \frac{1}{3}$;

д) $6 \times (5 - 4\frac{5}{6})$;

е) $12 - 8 \times 0,25$;

ж) $10 - (7,5 - 2)$;

з) $\frac{1}{2} \times 2 - 1$;

и) $(3,5 - 3\frac{1}{2}) \times 47,38$;

к) $12,7 \times 3 - 12,7 : \frac{1}{3}$;

л) $6,7 \times 15,8 - 15,8 \times 6,7$.

10

Вычисли:

а) $\frac{2}{3} - 0,125 + 0,24$;

б) $(5,6 - 4,8) : 0,2$;

в) $(\frac{1}{2} + 0,75) \times \frac{2}{5}$;

г) $(1\frac{3}{7} + 2\frac{1}{14}) : \frac{1}{2} + 4,4 \times \frac{1}{4}$;

д) $(8,4 \times 0,1 + 12,3 \times \frac{1}{3}) \times 10$;

е) $\frac{\frac{3}{5} \times 1,5 \times 1,6}{0,25 \times 4,8 \times \frac{5}{6}}$;

ж) $\frac{(2\frac{1}{4} + \frac{3}{4}) \times \frac{7}{12}}{(\frac{5}{2} - 4\frac{3}{10}) : \frac{1}{5}}$;

з) $(\frac{1}{3} + 0,5 + 0,25) : (2\frac{1}{6} + \frac{5}{12})$;

и) $25 : ((4,5 - 3,2) \times \frac{5}{13} + 31 : \frac{1}{2})$;

к) $8 : \frac{4}{25} - 3\frac{3}{4} \times 6\frac{2}{5}$;

л) $(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{7}) \times (7 - 6\frac{3}{5})$;

м) $\frac{\frac{7}{18} \times \frac{3}{14}}{\frac{1}{18} + \frac{1}{6}} + \frac{5 : \frac{5}{7}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}$.

11

Вычисли значение выражения:

а) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} - \frac{1}{8} + 4\frac{1}{5} - 0,2$;

б) $-5 + 6 - 0,8 + \frac{4}{5} - \frac{3,6}{0,6} + \frac{0}{7}$;

в) $-\frac{7}{15} + \frac{3}{5} - \frac{2}{15} + 2\frac{6}{11} \times \frac{22}{35} - 0,6$;

г) $9 + (-9 - 11 + 4,8) - 12,2$;

д) $(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 3 - \frac{5}{6}) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2)$;

е) $12 - (25 - 64 + 96 - 145)$;

ж) $3 \times (15 : (-5) - 10 : |-2|) + 12 \times |-3|$;

з) $4 \times (-6) + |3 \times (-2)| \times |-8| : 4$.

12

Сравни величины, указанные в столбцах А и В, и используй следующие обозначения для описания результата:

Если $A > B$, выбери ответ (а);

Если $A < B$, выбери ответ (б);

Если $A = B$, выбери ответ (в);

Если сравнение невозможно, выбери ответ (г).

	А	В	Ответы
1	$ 5 $	$ -21 $	а) б) в) г)
2	$3+ 8 $	$ -11 $	а) б) в) г)
3	$ -5 \times 9 $	$-5 \times (-9)$	а) б) в) г)
4	$ -10 \times 2$	10×2	а) б) в) г)
5	$ a $	$ -a $	а) б) в) г)
6	$-a$	a	а) б) в) г)
7	$a+1$	$a-1$	а) б) в) г)
8	$1+a$	$1-a$	а) б) в) г)
9	$a+b$	$a-b$	а) б) в) г)
10	ab	$a:b$	а) б) в) г)

13

В супермаркете в течение недели запасы сахара изменились сначала на 420 кг, а затем на 385 кг. Согласно данным таблицы, для каждого случая вычисли окончательное изменение запасов сахара в супермаркете к концу недели:

І изменение	ІІ изменение	Изменения за всю неделю
завезли 420 кг	завезли 385 кг	
завезли 420 кг	завезли 385 кг	
завезли 420 кг	завезли 385 кг	
завезли 420 кг	завезли 385 кг	

14

В таблице приведены результаты наблюдений за температурой воздуха с 12 часов 3 января до 12 часов 4 января:

Время 3 января	Температура	Время 4 января	Температура
12 часов дня	0°	3 часа ночи	-2°
3 часа дня	$1,5^\circ$	6 часов утра	-3°
6 часов вечера	0°	9 часов утра	$-1,5^\circ$
9 часов вечера	$-0,5^\circ$	12 часов дня	0°
12 часов ночи	-1°		

Вычисли среднюю температуру воздуха за 24 часа

15 Представь число 16 как произведение двух одинаковых чисел двумя различными способами.

16 Без вычисления сравни с нулем произведение:
а) $(+9) \times (-210) \times (-31)$; б) $(+57) \times (+154) \times (-91)$; в) $(-5) \times (-1) \times (-3)$.

17 Начерти и заполни таблицу:

a	2	-1,5	$1\frac{1}{2}$	-3
b	-5	$2\frac{2}{5}$	0,8	3
a+b				
a-b				
ab				
a:b				

18 Предположим, что А - это множество двузначных натуральных чисел, при делении которых на 5, получается остаток 1, а В - это множество двузначных натуральных чисел, при делении которых на 9, получается остаток 1.

- а) Найди наименьший элемент множества $A \cap B$;
б) Вычисли $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cap B)$ и $n(A \cup B)$.

19 Обоснуй следующие утверждения:

- а) если $A \cup B = A$, то $B \subset A$;
б) если $A \cap B = A$, то $A \subset B$.

20 Вычисли сумму и произведение всех целых чисел, расположенных между -15 и 16.

21 Начерти числовую прямую и отметь соответствующие точки чисел а и b, если: а) $a \times b > 0$ и $a > |b|$; б) $a \times b < 0$ и $a - b < 0$.

22 $\frac{3}{4}$ студентов университета из 100 знают английский или немецкий язык. Какая часть студентов знает:

- а) оба языка, если 25 студентов знают немецкий язык и 60 - английский?
б) английский язык, если все студенты, которые знают немецкий язык, также знают английский.

23 Обоснуй справедливость следующих равенств:

- а) $a + (-b) = a - b$;
б) $a - (-b) = a + b$.

Практическая работа (в парах)

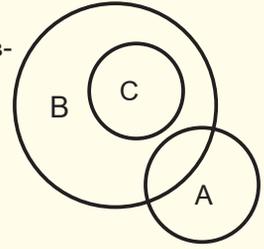
- 1 Начерти два треугольника, объединением которых будет:
а) треугольник; б) четырехугольник
- 2 Начерти два треугольника, пересечением которых будет:
а) треугольник; б) четырехугольник
- 3 Начерти два треугольника, объединением и пересечением которых будет треугольник.
- 4 Начерти два угла, объединением и пересечением которых будет угол.
- 5 Начерти два угла, пересечением которых будет:
а) прямой угол; б) прямоугольник.
- 6 Начерти два прямых угла, объединением которых будет угол 120° . Какова величина угла, полученного пересечением этих прямых углов?
- 7 Начерти два круга, объединением и пересечением которых будет круг.
- 8 Начерти три квадрата, объединением которых будет также квадрат.

Тест №1

- 1 Даны два множества: $A=\{0,2,4,6\}$, $B=\{-2,0,6,8\}$.
 $A \cup B =$
а) $\{0,2,4,8\}$; б) $\{-2,0,2,4,6,8\}$; в) $\{0,6,8\}$; г) $\{0,6\}$.
- 2 Даны два множества: $A=\{-1, 1, -2, 2\}$, $B=\{-3, -1, 0, 1\}$.
 $A \cap B =$
а) $\{0,-2,2,-1,1,-3\}$; б) $\{-1,1\}$; в) $\{0,-1,1\}$; г) $\{0,1,6\}$.
- 3 Предположим, что A - множество грузинских согласных букв. Какое из следующих утверждений верно?
а) $\exists \in A$; б) $\neg \in A$; в) $\notin A$; г) $u \in A$.

4 Узнай, какая запись является правильной согласно представленной ниже диаграмме:

- а) $A \subset B$; б) $A \subset C$;
в) $A \cap B = \emptyset$; г) $A \cap C = \emptyset$.



5 Если $|x| = 5$, то:
а) $-5=x$; б) $x<5$; в) $x=+5$ или $x=-5$; г) $x>0$.

6 Какие целые числа находятся на числовой прямой между числами $-2\frac{1}{2}$ и $1\frac{2}{3}$?
а) -1 и -3; б) -1, -2, 2 и 0; в) -1, +1 и 0; г) -1, +1, -2 и 0.

7 Сколько целых чисел находится между числами -5 и +7?
а) 6; б) 5; в) 12; г) 11.

8 Если $a > 3a$, то:
а) $a \leq 0$; б) $a > 0$; в) $a \geq 0$; г) $a < 0$.

9 Если $|y| = y$, тогда:
а) $y = -y$; б) $y < -1$; в) $y = -1$; г) $y \geq 0$.

10 Если $|z| = -z$, то:
а) $z = 1$; б) $z > 1$; в) $z \leq 0$; г) $z \geq 0$.

11 $-\frac{4}{5} - \frac{4}{5} - \frac{4}{5} - \frac{4}{5} - \frac{4}{5} =$

- а) $-\frac{20}{25}$; б) $\frac{20}{25}$; в) -4; г) 5.

12 Путем умножения числа на (-1) получается:
а) число, обратное этому числу;
б) число, противоположное этому числу;
в) -1;
г) модуль этого числа.

13 Если $m - n = 54$, то $n - m =$
а) 54; б) -54; в) 45; г) -45.

14 Если $a - b = -8$, то $b - a =$
а) -8; б) 2; в) 8; г) -14.

15 Если $c = 10$, то $8 - c =$
а) 2; б) -10; в) 10; г) -2.

- 16** Произведением всех целых чисел от (-4) до $(+6)$ является:
 а) 24; б) -24; в) 0; г) -240.
- 17** Суммой всех целых чисел от -8 до $+8$ (включительно) является:
 а) 16; б) -16; в) 0; г) -64.
- 18** $-2,4 + 3,6 =$
 а) 6; б) -6; в) 1,2; г) -1,2.
- 19** $-4,78 - 2,22 =$
 а) 7; б) -7; в) 2,56; г) -2,56.
- 20** $-8 \times \left(-1\frac{1}{4}\right) =$
 а) $-8\frac{1}{2}$; б) $8\frac{1}{2}$; в) 10; г) -10.
- 21** $1,1 : (-0,1) =$
 а) 0,11; б) -0,11; в) 11; г) -11.
- 22** $12 \times \left(5 - 5\frac{5}{6}\right) =$
 а) -5; б) 5; в) -10; г) 10.
- 23** $(-0,2 + 0,25) : 0,01 =$
 а) -5; б) 5; в) -0,23; г) 0,23.
- 24** Если произведение двух чисел отрицательно, то эти числа:
 а) положительные; б) отрицательные;
 в) с одинаковыми знаками; г) с разными знаками.
- 25** Предположим, что A - это множество чисел, кратных 4, а B - множество чисел, кратных 6. Если $a \in A \cap B$, то a обязательно кратно:
 а) 12; б) 10; в) 24; г) 46.

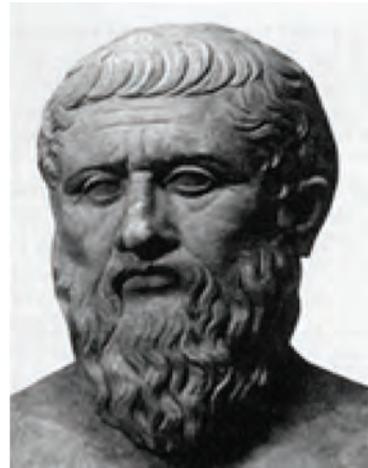
Глава 2. Многоугольники

В этой главе ты изучишь:

- ❖ Самые простые геометрические фигуры: прямая, луч, отрезок, ломаная;
- ❖ Свойства смежных и вертикальных углов;
- ❖ Свойства углов, полученных при пересечении двух прямых третьей прямой;
- ❖ Виды, свойства и признаки равенства треугольника;
- ❖ Задачи на построение.

После изучения главы ты сможешь:

- ❖ Распознавать простейшие геометрические фигуры и использовать их свойства;
- ❖ Распознавать вертикальные, смежные, соответственные, накрест лежащие и другие углы и использовать их свойства;
- ❖ Распознавать выпуклые многоугольники, вычислять сумму их углов, определять количество диагоналей;
- ❖ Распознавать равные треугольники и использовать свойства треугольника для решения практических задач;
- ❖ Использовать свойства серединного перпендикуляра и биссектрисы угла для практических целей;
- ❖ Решать различные задачи на построение с помощью циркуля и линейки.



«Есть только одно добро в этом мире – знание, и только одно зло – незнание»
Платон
(427-347 гг. до н.э.)

На дверях академии, основанной одним из величайших философов и математиков древней Греции Платоном, была выгравирована надпись:

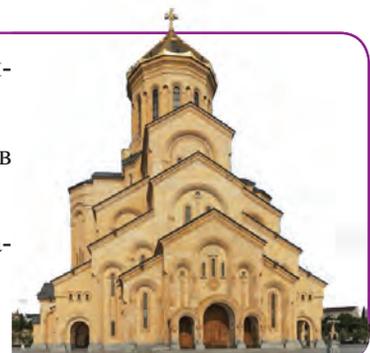
ἀγεωμέτρητος
μηδεὶς εἰσὶτω

«Пусть не входит сюда тот, кто не знает геометрии!»



Проект Геометрия в грузинской архитектуре

1. Найди фотографии грузинских архитектурных памятников;
2. Выясни, какие геометрические формы используются в них;
3. Сравни разные здания, что у них общего и чем они отличаются;
4. Подготовь свой проект к презентации.



2.1 Геометрические фигуры



Цель

Узнать:

1. Что изучает геометрия;
2. Что такое геометрическая фигура;
3. Начальные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость).

Различные свойства одного и того же предмета изучают разные науки. Химия интересуется тем, из каких веществ состоит данный предмет, как эти вещества взаимодействуют друг с другом. Физика обсуждает физические свойства предмета, такие, как скорость движения предмета или его температура. Геометрия интересуется только геометрическими свойствами предмета.

У каждого предмета своя форма и размеры. В пространстве предметы расположены в определенном порядке и на различных расстояниях друг от друга. От этих свойств часто зависит, насколько хорошо тот или иной предмет выполняет свое предназначение. Геометрия изучает именно такие свойства предметов.

Геометрия - это часть математики, которая изучает формы, размеры и их взаимное расположение в пространстве.

Реальный предмет имеет свойства разного содержания. Не существует предмета, который будет иметь только одно какое-то свойство, например, массу или температуру. Также не существует предмета только с геометрическими свойствами. Такой предмет может существовать только в нашем воображении.

Для изучения геометрических свойств реально существующих предметов, геометрия изучает предметы, существующие в воображении, и которые имеют только геометрические свойства. Эти предметы называются геометрическими фигурами.

Мячи на фото разного цвета, но одинаковой формы. Воображаемый предмет, имеющий такую форму, называется шаром.

Геометрия изучает свойства шара, чтобы определить свойства реально существующих предметов, имеющих форму шара.

Простейшая геометрическая фигура - это точка, которая имеет только одну особенность - расположение в определенном месте в пространстве. Считается, что все геометрические фигуры состоят из точек.



Простейшим примером геометрической фигуры является прямая. Прямую можно представить как прямую линию, которая продолжается в обе стороны бесконечно. Луч света или натянутая между двумя точками нить дают представление о свойствах прямой. Как правило, мы обозначаем прямые маленькими латинскими буквами, а точки - большими латинскими буквами. На первом рисунке изображены прямые a и d , и точки P и Q .

Если прямая b содержит точку A , мы говорим, что «точка A лежит на прямой b », или «точка A принадлежит прямой b », или «прямая b проходит через точку A ».

Мы запишем этот факт следующим образом: $A \in b$. На первом рисунке точка P лежит на прямой d : $P \in d$. На том же рисунке точка Q не принадлежит прямой a . В этом случае пишем: $Q \notin a$.

Если прямые имеют одну общую точку, мы говорим, что прямые пересекаются в этой точке. Например, на первом рисунке прямые a и d пересекаются в точке P .

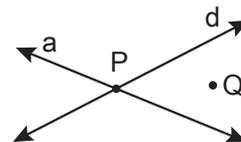


Рис.1

На листе бумаги отметим две точки и с помощью линейки проведем через эти точки прямую линию. Попробуем нарисовать вторую прямую линию через те же точки. Убедимся, что эта линия совпадает с первоначальной линией. Таким образом, нам удалось провести только одну прямую линию через две разные точки. Это одна из основных особенностей прямой:

Через две разные точки можно провести одну и только одну прямую.

Другой пример геометрической фигуры - **плоскость**. Это бесконечно простирающаяся плоская поверхность. Примером плоской поверхности является поверхность доски.

Плоскость обозначается маленькими греческими буквами. Тот факт, что прямая a лежит в плоскости α записывается как $a \subset \alpha$.

Две разные прямые не будут иметь более одной общей точки. Действительно, если у них две общие точки, то эти прямые будут совпадать, потому что через две точки можно провести только одну прямую.

Две разные прямые, лежащие в одной плоскости, либо не пересекаются, либо пересекаются в одной точке.

Если лежащие в одной плоскости две разные прямые не пересекаются, они называются **параллельными прямыми**. Прямые AB и CD , показанные на рисунке 2, параллельны, прямые AC и BD также параллельны, а прямые AB и AC не параллельны.

Специальный символ « \parallel » используется для записи параллельности прямых. Тот факт, что прямая AB параллельна прямой CD , записывается следующим образом: $AB \parallel CD$.

Начерти любую фигуру на плоской поверхности доски, например, треугольник. Ограниченная им часть доски представляет собой изображение плоской фигуры.



Плоская фигура является частью плоскости.

Треугольник, прямоугольник и круг, которые вы изучили в предыдущих классах, являются примерами плоских фигур. А шар, призма и пирамида не являются частью плоскости. Это **пространственные геометрические фигуры или геометрические тела**.

Часть геометрии, которая изучает плоские фигуры, лежащие в одной плоскости, называется **планиметрией**, а та часть, которая изучает пространственные фигуры, называется **стереометрией**.

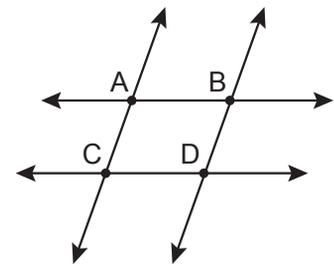


Рис. 2

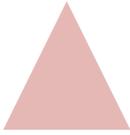
Плоские фигуры



круг



шестиугольник



треугольник

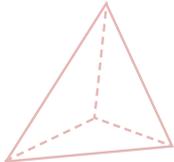
Пространственные фигуры



цилиндр



призма



пирамида

Ответ на вопросы:

1. Какие свойства предметов являются геометрическими свойствами?
2. Что такое геометрическая фигура?
3. Какое геометрическое свойство имеет точка? Прямая? Плоскость?
4. Сколько прямых мы можем провести через одну точку? Через две точки?
5. Сколько общих точек могут иметь две разные прямые?
6. Каковы свойства параллельных прямых?
7. Чем плоские и пространственные фигуры отличаются друг от друга?
8. Что такое планиметрия? Стереометрия?
9. Как ты думаешь, чем пригодится знание геометрии художнику, строителю, врачу?

Упражнения

1 Обрати внимание на воздушные шары на картинке. Назови, какое из их свойств является геометрическим, а какое нет.

2 Какой из предметов, с которыми ты сталкиваешься в своей повседневной жизни, напоминает знакомые тебе геометрические фигуры?

3 Перечисли известные тебе геометрические тела.

4 Предмет на рисунке имеет форму геометрического тела - куба. Со скольких маленьких кубиков состоит этот куб?

5 Начерти прямые a и b , которые пересекаются в точке C .

6 Начерти окружность и последовательно отметь на ней точки A , B , C и D . Проведи все прямые, соединяющие эти точки. Узнай, какие прямые пересекаются внутри круга, на окружности, вне круга.

7 Отметь три точки и через каждые две из них проведи прямую. Сколько прямых ты получил? Рассмотр все возможные случаи.

8 Нарисуй три прямые a , b и c и отметь точки P , Q и R так, чтобы одновременно выполнялись условия:

- точки P и G принадлежат прямой a ;
- прямая b проходит через точку R ;
- прямые b и c пересекаются в точке Q ;
- точка P лежит на прямой c .



- 9 Используя чертеж предыдущего упражнения, укажи, какие из нижеуказанных прямых совпадают друг с другом:
 а) a и RQ ; б) b и PQ ; в) c и QP ; г) RP и b .

- 10 Чтобы проверить, ровный ли край линейки, используют следующий метод: на бумаге отмечают две точки и с помощью линейки проводят через них линию. Затем линейку переворачивают, тем же краем сопоставляют с отмеченными точками и снова проводят линию. Если эта линия совпадает с первой линией, то край линейки ровный (верхняя фигура на рисунке 3), в противном случае - край линейки неровный (нижняя фигура на том же рисунке). Объясни, на каком свойстве прямой основан этот метод.



Рис. 3

- 11 Отметь на рисунке точки A и B и проведи через них прямую d . На этой прямой отметь точку C , отличную от точек A и B . Совпадают ли друг с другом прямые AC и BC ? Ответ обоснуй.

- 12 На фотографии изображено звездное небо. Семь ярких звезд, соединенных линией, образуют созвездие Большой Медведицы. Если мы проведем прямую линию через две звезды созвездия справа, продолжим ее в направлении, указанном стрелкой, то от последней звезды созвездия на расстоянии, примерно в пять раз превышающем расстояние между этими двумя звездами, будет полярная звезда. Она указывает на северное направление. Воспользуйся этими инструкциями и найди полярную звезду в реальных условиях.



- 13 На плоскости даны четыре точки. Через каждые две точки проведена прямая. Сколько разных прямых можно получить? Рассмотрю все возможные случаи.
- 14 Начерти окружность и отметь на ней пять точек. Через каждые две из них проведи прямую. Сколько прямых получилось в общей сложности? Могут ли какие-либо из этих двух прямых совпасть друг с другом?
- 15 На сколько максимальных частей можно разделить круг тремя прямыми? Выполни соответствующий чертеж.

16

На рисунке 4 дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. AA_1 и BB_1 - параллельные прямые, а AA_1 и AB - пересекающиеся прямые. Прямые AA_1 и BC не являются ни параллельными, ни пересекающимися. Такие прямые называются скрещивающимися. Выпиши другие пары параллельных, пересекающихся и скрещивающихся прямых в соответствии с чертежом. Можно ли разместить скрещивающиеся прямые в одной плоскости?

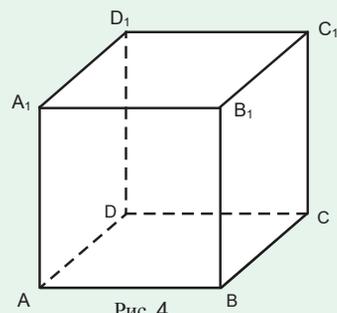


Рис. 4

17

Запиши данные величины в миллиметрах:

- а) 11 см; б) 2,3 см; в) 0,4 дм; г) 1,125 м

18

Запиши данные величины в сантиметрах:

- а) 130 мм; б) 3,7 дм; в) 0,23 м; г) 0,35275 км.

19

Что больше:

- а) 14 см или 35 мм? б) 32 дм или 4 м? в) 9 см или 0,9 м? г) 13 см или 0,13 м?

20

Могут ли длины сторон треугольника быть:

- а) 3 см, 4 см, 8 см? б) 3 м, 4 м, 5 м? в) 3 дм, 4 дм, 7 дм?

21

Дано числовое множество: $A = \{3; 4; 6; 10; 11\}$. Допустим, элементами этого множества являются длины отрезков в сантиметрах. Составь все трехэлементные подмножества множества A , элементы которых можно использовать как длины сторон треугольника.



Проект
«Геометрические фигуры вокруг нас»
(Срок: две недели)

- Понаблюдай за окружающими тебя предметами. Сгруппируй их:
 - по геометрическим формам (плоские, пространственные, граненные, овальные и т. д.)
 - по физическим свойствам (твердые, жидкие, тяжелые, легкие и т. д.)
 - по назначению (бытовые, промышленные и т. д.)
- Приложи соответствующие фотографии к проекту и подготовься к презентации.



2.2 Луч, отрезок, ломаная:



Повторить:

1. Обозначение и изображение луча, отрезка, ломаной на чертеже;
2. Измерение длины отрезка и ломаной;
3. Неравенство треугольника;
4. Свойства луча и отрезка.

Проведем прямую a на плоскости и выберем на ней какую-нибудь точку O (рис. 1). Эта точка делит прямую a на две части, которые расположены по разные стороны от точки O и примыкают друг к другу в точке O . Эти части прямой называются лучами, а точка O называется их началом. На рисунке 1 один луч красный, а другой черный.

Чтобы указать луч, называют его начало, а затем другую точку, которая принадлежит этому лучу. Например, на рисунке 2 два луча с началом O можно назвать как лучи OA и OB . На том же рисунке OB и OC обозначают один и тот же луч. Луч можно обозначить и одной буквой. Для этого используют маленькую латинскую букву и пишут ее рядом с лучом.

Отрезок - это часть прямой, которая находится между любыми двумя точками прямой. Эти точки называются концами отрезка. Чтобы обозначить отрезок, мы можем использовать маленькую латинскую букву или назвать ее концы в любом порядке. Например, на рисунке 3 цветная часть прямой представляет собой отрезок a , то есть отрезок AB .

Длина отрезка может быть измерена линейкой с делениями. Длина отрезка - это число, которое показывает, сколько раз деление линейки - единица длины (например, сантиметр или миллиметр) помещается в заданном отрезке.

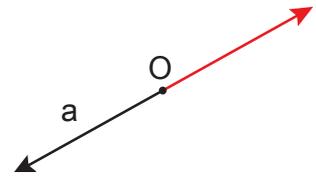


Рис. 1

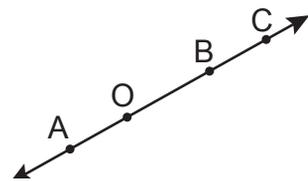


Рис. 2

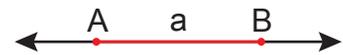


Рис. 3

Два отрезка, которые имеют одинаковую длину, называются равными отрезками.

На данной прямой мы можем построить отрезок, равный данному отрезку, с помощью циркуля. Для этого поставим одну ножку циркуля в конец отрезка, разведем циркуль так, чтобы другая его ножка находилась в другом конце отрезка. Затем, не изменяя размаха циркуля, переместим ножку циркуля в требуемую точку данной прямой и отметим второй ножкой циркуля второй конец отрезка на прямой.

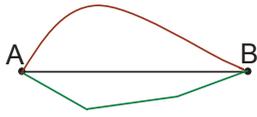


Рис. 4

Отметим две точки А и В на плоской поверхности и соединим их несколькими разными линиями, в том числе отрезком (рис. 4). Измерим длину каждой линии. Для этого приложим тонкую нить из точки А в точку В, затем растянем нить и измерим линейкой ее длину. В результате измерения мы убедимся, что отрезок АВ имеет наименьшую длину между проведенными линиями. Это одно из основных свойств отрезка:

Среди линий, соединяющих две точки, самая короткая линия – это отрезок, соединяющий эти точки.

Отрезок является составной частью многих фигур. Одна из таких фигур - **ломаная**. Это

состоящая из отрезков линия, соседние отрезки которой не расположены на одной линии. Концы отрезков, составляющие ломаную, называются **вершинами ломаной**. Для обозначения ломаной последовательно называют ее вершины. Названия вершин начинают с одного из концов ломаной. Например, на рисунке 5 показана ломаная ABCDE. Составляющие ее отрезки - АВ, ВС, CD и DE, а ее вершины - А, В, С, D и Е.

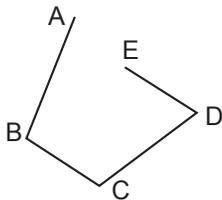


Рис.5

Если последняя вершина ломаной совпадает с вершиной начала, то такую ломаную называют **замкнутой ломаной**. Замкнутая ломаная показана на рисунке 6. Ее вершинами являются точки Р, Q, R, S и Т, а ее звеньями являются PQ, QR, RS, ST и TP. При обозначении замкнутой ломаной мы можем называть ее вершины, начиная с любой из них.

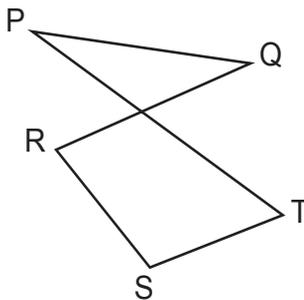


Рис. 6

Ломаная, изображенная на рисунке 6, пересекается сама с собой, поскольку ее звенья РТ и QR пересекаются. Попробуй самостоятельно начертить замкнутую ломаную, которая не пересекает себя. Ломаная, которая не пересекает сама себя, называется **простой ломаной**. На рисунке 8 показана простая замкнутая ломаная с тремя звеньями.

Чтобы найти длину ломаной, достаточно сложить длины составляющих ее отрезков.

На рисунке 7 показана ломаная ABCDE. Ее концы соединены отрезком АЕ. Длина отрезка АЕ меньше, чем длина любой другой линии, соединяющей точки А и Е, поэтому она должна быть меньше, чем длина ломаной ABCDE: $AE < AB + BC + CD + DE$.

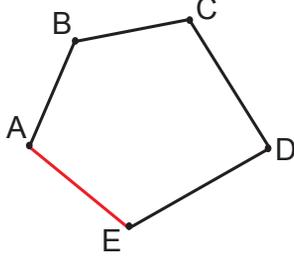


Рис. 7

Расстояние между концами ломаной меньше суммы длин составляющих отрезков ломаной.

В частности, если ломаная ABC состоит из двух отрезков АВ и ВС (рис. 8), то мы получим неравенство: $AC < AB + BC$. Это неравенство называется неравенством треугольника.

Длина каждой стороны треугольника меньше суммы длин двух других сторон.

В общем, для всех трех точек А, В и С выполняется неравенство:

$$AC \leq AB + BC.$$

Равенство в этом неравенстве выполняется только тогда, когда точка В принадлежит отрезку АС (рис. 9).



Рис.9

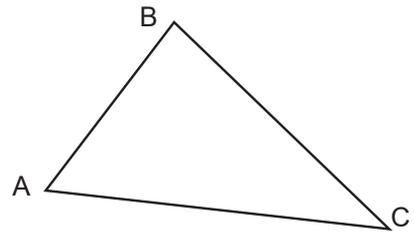


Рис.8

Ответь на вопросы:

1. Какая фигура получится при пересечении двух лучей? Перечисли все возможные случаи.
2. Какая фигура получится при пересечении двух отрезков? Перечисли все возможные случаи.
3. В каком случае два отрезка равны?
4. Как построить отрезок, равный данному отрезку?
5. Какая из линий, соединяющих две данные точки, самая короткая?
6. Как измерить длину ломаной?
7. Каково соотношение расстояния между концами ломаной и длиной этой ломаной?
8. Может ли длина ломаной быть равна расстоянию между ее концами?
9. В чем заключается неравенство треугольника?
10. Что можно сказать о точках А, В и С, когда выполняется равенство: $AC = AB + BC$?

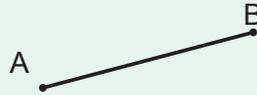
Упражнения

- 1 Проведи прямую и отметь на ней точки А, В, С и D так, чтобы:
а) объединение и пересечение лучей АВ и CD также было лучом;
б) объединение лучей АВ и CD было прямой, а пересечение - отрезком.
- 2 Отрезок АВ лежит на прямой а. Построй соответствующий чертеж и укажи, пересечением каких двух лучей является этот отрезок.
- 3 Проведи прямую и обозначь на ней точки А, В, С и D, чтобы:
а) объединением отрезков АВ и CD был отрезок АВ, а пересечением - DC;
б) объединением отрезков АВ и CD, был отрезок AD, а пересечением - ВС.

- 4 Начерти ломаную, состоящую из: а) 4 вершин и 3 отрезков;
б) 4 вершин и 4 отрезков.

- 5 Начерти ломаную, состоящую из четырех отрезков так, чтобы два отрезка были расположены на одной прямой.

- 6 Проведи прямую и с помощью циркуля построй на ней отрезок, равный данному на чертеже отрезку. На той же прямой построй отрезок в 2 раза длиннее отрезка АВ.



- 7 Точка D делит отрезок АВ в соотношении 4: 3. Найди длину отрезков AD и BD, если $AB = 21$ см.

- 8 На отрезке АВ точки С и D взяты так, что $AC:CD:DB = 2: 3: 5$. Вычисли длину отрезка CD, если $AB = 12$ см.

- 9 Точки А, В и С лежат на одной прямой. Отрезок AC - самый длинный из отрезков АВ, ВС и АС. Построй чертеж и найди длину отрезка AC, если $AB = 4$ см и $BC = 5$ см.

- 10 Реши предыдущую задачу, если AC является самым коротким из отрезков АВ, ВС и АС.

- 11 На отрезке АВ взяты точки С и D. $AC = 6,2$ см, $BD = 2,3$ см, $AB = 9,5$ м. Чему равен CD?

- 12 На отрезке АВ взяты точки М и N. $AM = 5,3$ см, $BN = 12,5$ см, $AB = 20$ см. Чему равна длина отрезка MN?

- 13 Дана ломаная ABCD. $AB = 1,5$ дм, $BC = 0,2$ м, $CD = 24$ см. Чему равна длина ломаной? Ответ дай в метрах.

- 14 Дана ломаная ABC. $AB = 15$ см, $BC = 13$ см. Может ли длина отрезка AC быть равна:
а) 28 см? б) 0,2 м? в) 20 мм?

- 15 Узнай, принадлежит ли точка С отрезку АВ, если:

- а) $AB = 7$ см; $BC = 3$ см; $AC = 4$ см;
б) $AB = 1,2$ м; $BC = 1,3$ м; $AC = 2,5$ м;
в) $AB = 7$ дм; $BC = 4,1$ дм; $AC = 3,9$ дм.

- 16 Узнай, являются ли А, В и С вершинами треугольника, если:

- а) $AB = 16$ см; $BC = 13$ см; $AC = 22$ см;
б) $AB = 2,2$ м; $BC = 1,4$ м; $AM = 0,8$ м;
с) $AB = 11$ мм; $BC = 0,8$ см; $AC = 19$ мм.

17 Можно ли провести прямую через точки А, В и С, если:

- а) $AB = 1,6$ см, $BC = 1,3$ см, $AC = 1,2$ см.
- б) $AB = 2$ м, $BC = 4$ м, $AC = 2$ м?
- в) $AB = 13$ мм, $BC = 0,6$ см, $AC = 0,7$ см?

18 Пересечением отрезков АВ и CD, лежащих на одной прямой, является отрезок длиной 2,4 см. Построй чертёж и определи длины отрезков AD, AC и BD, если $AB = 7,3$ см и $CD = 5,8$ см. Рассмотрите все возможные случаи расположения точек А, В, С и D на прямой.

19 Обозначь 5 точек на плоскости, как показано на рисунке 11. Построй ломаную с концами А и В, чтобы она проходила через остальные три точки. Сколько всего таких ломаных существует?

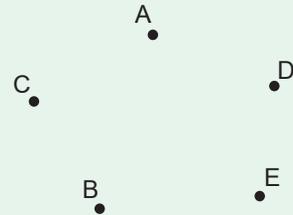


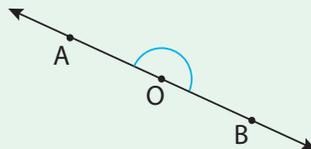
Рис.11

20 В треугольнике ABC $AB = 25$ см, $BC = 23$ см. Может ли периметр этого треугольника быть равен:

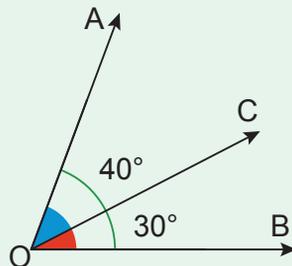
- а) 30 см? б) 1 м? в) 50 см? г) 51 см?

21 Найди длину ломаной ABC, если длина отрезка АВ равна $\frac{1}{4}$ длины ломаной, а $BC = 1,5$ м.

22 Скольким градусам равна величина развернутого угла?



23 Луч ОС делит угол АОВ на углы АОС и СОВ. $\angle AOC = 40^\circ$, $\angle COB = 30^\circ$. Какова величина угла АОВ?



24 На углы какой величины биссектриса делит:
а) прямой угол? б) угол 120 градусов; в) угол 60 градусов?

25 Какова величина угла между стрелками часов:
а) в 6 часов вечера? б) в 9 часов вечера? в) в 1 час дня

Работа в парах

1. Нахождение длины отрезка глазомером

Начертите отрезок на листе бумаги и попытайтесь определить его длину, не измеряя. Назовите предполагаемую длину отрезка, а затем измерьте отрезок. Победителем считается тот, чье предположение ближе всего к настоящей длине отрезка. В этой игре вместо отрезка вы можете измерить длину ломаной.

2. Нахождение величины угла глазомером

- а) Назовите заранее какой-либо угол, например 50° . По очереди начертите на листе угол указанной величины на глаз. Проверьте глазомер, измерив начерченные углы. Победителем будет тот, величина угла которого будет ближе всего к названной величине.
- б) Нарисуйте какой-либо угол и глазомером измерьте его величину. Проверьте ваше предположение транспортиром. Победителем считается тот, чье предположение будет ближе всего к результату измерения.

Возможно ли это?

Все четыре угла, полученные путем пересечения двух прямых:

- а) острые? б) тупые? в) прямые?

Ну-ка, попробуй!

Вдоль прямой дороги поочередно расположены три конюшни А, В и С. В конюшне А находятся 3 лошади, в конюшне В – 2 лошади, а в конюшне С – 1 лошадь. Какое место следует выбрать для колодца, чтобы все лошади, выведенные из конюшен для питья воды, проходили в сумме кратчайшее расстояние?



2.3 Смежные и вертикальные углы



Цель

Овладеть навыками применения свойств смежных и вертикальных углов.

Предположим, что две прямые AC и BD пересекаются в точке O (рис. 1). Они делят полный угол на четыре угла. Это углы: $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ и $\angle AOD$.

Выберем из этих углов два угла, которые имеют одну общую сторону. Существует четыре пары таких углов: $\angle AOB$ и $\angle BOC$, $\angle BOC$ и $\angle COD$, $\angle COD$ и $\angle AOD$, $\angle AOD$ и $\angle AOB$. Такие пары углов называются смежными углами. Например, $\angle AOB$ имеет два смежных угла: $\angle BOC$ и $\angle AOD$.

Обратите внимание, что две другие стороны в каждой паре смежных углов - это прямые. Например, в смежных углах $\angle AOD$ и $\angle COD$ такими сторонами являются лучи OA и OC , которые лежат на прямой AC . Они называются **дополнительными лучами**.

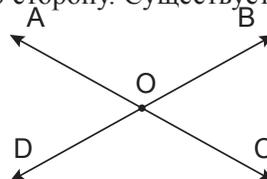


Рис. 1

Смежные углы - это углы, имеющие одну общую сторону, а две другие являются дополнительными лучами.

На рисунке 2 углы $\angle AOB$ и $\angle BOC$ являются смежными, а $\angle BOC$ и $\angle COD$ - нет. Сумма величин углов AOB и BOC равна величине угла $\angle AOC$. Но $\angle AOC$ - это развернутый угол, и его величина равна 180° . Таким образом, сумма величин смежных углов равна 180° .

Для того, чтобы убедиться в истинности последнего предложения, мы обосновали его с помощью рассуждений, то есть **доказали**.

В математике предложение, истинность которого подтверждается рассуждением, называется **теоремой**, а рассуждение для определения его истинности называется **доказательством** теоремы. Иногда теоремы нумеруются, чтобы в случае необходимости точно указать соответствующую теорему. С учетом вышеизложенных рассуждений мы доказали следующую теорему:

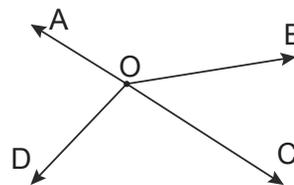


Рис. 2

Теорема 1. Сумма величин смежных углов равна 180° .

Задача. Величина одного из двух смежных углов составляет 110° (рис. 3). Какова величина второго угла?

Решение. Поскольку сумма величин смежных углов равна 180° , то, чтобы определить величину неизвестного угла $\angle BOC$, необходимо из 180° вычесть величину известного угла: $\angle BOC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

Ответ. 70° .

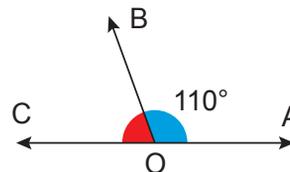


Рис. 3

Вернемся к рисунку 1. Рассмотрим такую пару углов с общей вершиной, стороны которой являются дополнительными лучами соответствующих сторон второго угла. Такими углами на этом чертеже являются $\angle AOB$ и $\angle COD$. Такая пара углов называется **вертикальными углами**.

Углы с общей вершиной, стороны которых являются дополнительными лучами, называются вертикальными углами.

Теорема 2. Вертикальные углы равны.

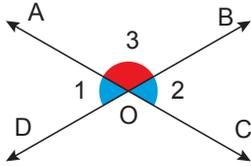


Рис. 4

Доказательство. На рисунке 4 показаны вертикальные углы $\angle 1$ и $\angle 2$. Докажем, что $\angle 1 = \angle 2$. Рассмотрим углы: $\angle 1$ и $\angle 3$. Это смежные углы. Благодаря свойствам смежных углов $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, из которых $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$.

Теперь рассмотрим углы: $\angle 2$ и $\angle 3$. Эти углы также смежные, поэтому $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ и $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3$. Из доказанного равенства следует: $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3 = \angle 2$.

На рисунке 4 $\angle 1$ (а также $\angle 2$) - наименьший из углов, полученных путем пересечения прямых AC и BD. Величиной угла между прямыми AC и BD считается величина $\angle 1$ (то есть той, что равна величине $\angle 2$).

В общем,

Углом между двумя пересекающимися прямыми называется наименьший из углов, полученных пересечением.

Если один из углов, полученных путем пересечения двух прямых, является прямым (рис. 5), его смежные и вертикальные углы также будут прямыми углами. Такие прямые называются перпендикулярными по отношению друг к другу или взаимоперпендикулярными прямыми. Угол между взаимоперпендикулярными прямыми, равен 90° . Тот факт, что прямая AB перпендикулярна прямой CD, обозначают следующим образом: $AB \perp CD$.

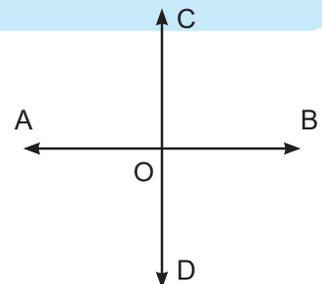


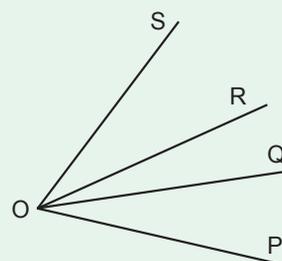
Рис.5

Ответ на вопросы:

1. В каком случае величина угла, полученного объединением двух углов, равна сумме величин этих углов?
2. Какие углы называются смежными углами?
3. Как вычислить величину угла, если известна величина угла, смежного с ним?
4. Какие углы являются вертикальными?
5. Каковы свойства вертикальных углов?
6. Какой угол определяет размер угла между двумя пересекающимися прямыми?
7. Какие прямые называются взаимоперпендикулярными?
8. Что такое теорема? Что значит доказать теорему?

Упражнения

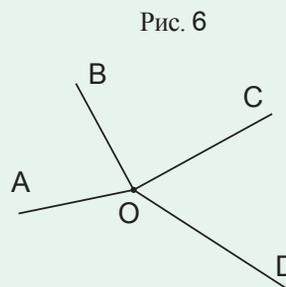
- 1** Найди на рисунке 6:
 а) $\angle POQ$, если $\angle QOS = 60^\circ$ и $\angle POS = 85^\circ$;
 б) $\angle QOR$, если $\angle POQ = 28^\circ$, $\angle SOR = 32^\circ$ и $\angle POS = 80^\circ$;
 в) $\angle QOR$, если $\angle POR = 45^\circ$, $\angle QOS = 48^\circ$ и $\angle POS = 75^\circ$.



- 2** $\angle ABC = 28^\circ$, $\angle CBD = 52^\circ$. Начерти эти углы и вычисли величину $\angle ABD$ (рассмотри два случая).

- 3** Из точки М прямой АВ проведен луч МС. $\angle AMC = 120^\circ$. Найди величину угла ВМС.

- 4** На рисунке 7 $\angle AOB = 65^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$, $\angle AOD = 165^\circ$. Найди величину угла COD.



- 5** Найди величину угла, если:
 а) величина угла, смежного с ним, составляет 100° ;
 б) он равен углу, смежному с ним;
 в) он больше угла, смежного с ним, на 40° ;
 г) он в 3 раза больше угла, смежного с ним;
 д) смежный с ним угол в 2 раза меньше его вертикального угла.

- 6** Найди смежные углы, если отношение их величин $4 : 5$.

- 7** Величина угла, смежного с углом ABC, составляет 120° . Построй вертикальный угол угла ABC и найди его величину.

- 8** Величины смежного и вертикального углов угла α равны. Чему равна величина угла α ?

- 9** Какова величина угла, образованного стрелками часов, изображенных на этой фотографии?

- 10** На какой угол повернется минутная стрелка через 30 минут? Через 5 минут? Через час?

- 11** На какой угол повернется часовая стрелка через час? Пол-часа? Через 1 минуту?

- 12** Какое время нужно минутной стрелке, чтобы она повернулась на 60° ?

- 13** Сколько времени требуется, чтобы часовая стрелка повернулась на 30° ?



14 Возможно ли, чтобы из двух смежных углов:

- а) оба были острыми?
- б) оба были тупыми?
- в) один был острым, а другой - тупым?
- г) один был острым, а другой - прямым?
- д) один был тупым, а другой - прямым?
- е) оба были прямыми?

15 Может ли угол между двумя прямыми быть:

- а) 120° ? б) 60° ? в) 90° ?

16 Величина одного из углов, образованных пересечением двух прямых, составляет 112° . Найди величину других углов.

17 Три угла, образованные путем пересечения двух прямых, равны друг другу. Найди величину угла между этими прямыми.

18 Величина суммы двух углов, образованных путем пересечения двух прямых:

- а) 150° . Найди величину угла между этими прямыми;
- б) 240° . Найди величину угла между этими прямыми.

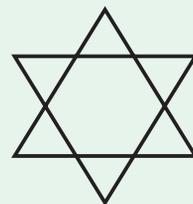
19 Какой величины угол образуют биссектрисы смежных углов?

20 Какой угол образуют между собой минутная и часовая стрелка в половине второго? В 15 минут третьего?

21 В какой-то момент времени часовая и минутная стрелки совпали. Какой угол они образуют друг с другом

- а) через 1 час; б) через 2 часа; в) через полчаса?

22 Площадь каждого треугольника, показанного на рисунке, составляет 48 см^2 , а площадь шестиугольника, полученного пересечением этих треугольников, составляет 36 см^2 . Вычисли площадь фигуры, полученной путем объединения этих двух треугольников.



23 Сколько осей симметрии имеет угол? Выполни соответствующие чертежи с указанием осей симметрии.

24 Вычисли:

а) $12 - 14 + 16 - 12 + 14$; б) $7,2 - 9,4 + 6,7 - 7,2 + 9,4$; в) $1\frac{3}{7} - 3\frac{2}{9} - 2\frac{1}{5} - 1\frac{3}{7} + 3\frac{2}{9}$;

г) $0,3 \times (-11) - (-3) \times 1,1$; д) $15:0,1 - 1,5:0,01$; е) $-3\frac{1}{2} \times 4,5 - (-3,5):\frac{2}{9}$;

ж) $\frac{3\frac{1}{4} \times 16 - 2,75 \times 24}{8 \times (1,5 - 11\frac{1}{2})}$; з) $\frac{1\frac{1}{3} \times 6 + 1,2 \times 12}{24 \times (2,25 - 11\frac{1}{4})}$; и) $\frac{1\frac{1}{6} \times 9 - 18 \times 0,55}{36 \times 2,25 - 1\frac{1}{2}:18}$.

2.4 Многоугольник



Цель

Ознакомиться с многоугольниками, их видами и элементами.
Овладеть навыками их различия и построения.

Построим на плоскости простую замкнутую ломаную (рис. 1). Она делит плоскость на две части. Часть плоскости, которая находится внутри ломаной (на рисунке она закрашена), вместе с ломаной образует **многоугольник**.

Многоугольник - это часть плоскости, которая ограничена простой замкнутой ломаной.

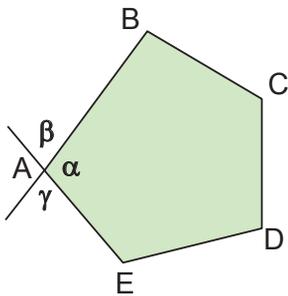
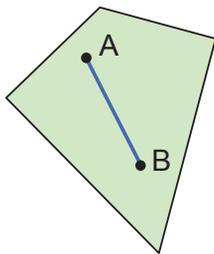


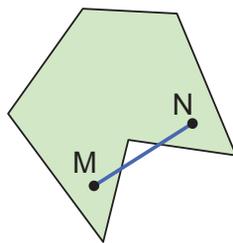
Рис. 1

Составные отрезки ломаной называются **сторонами** многоугольника, а вершины ломаной называются **вершинами** многоугольника. На рисунке 1 дан многоугольник, ограниченный ломаной ABCDEA. Его вершины: A, B, C, D и E, а стороны: AB, BC, CD, DE и EA. Длина ломаной называется **периметром** многоугольника.

Далее мы рассмотрим **выпуклые** многоугольники. Многоугольник, который вместе с каждым двумя точками содержит и соединяющий их отрезок, является выпуклым. Левый многоугольник на рисунке 2 является выпуклым. Как видно из рисунка, если мы соединим отрезком любые две точки A и B в этом многоугольнике, то этот отрезок будет лежать в многоугольнике. Многоугольник, показанный справа на том же рисунке, не является выпуклым, потому что существуют две такие его точки M и N, соединяющий отрезок которых не весь лежит в многоугольнике.



выпуклый многоугольник



не выпуклый многоугольник

Рис. 2

Рассмотрим одну из двух смежных сторон многоугольника, изображенного на рисунке 1, например, AB и AE. Угол α , образованный лучами AB и AE, называется **внутренним** углом при вершине A многоугольника или просто углом многоугольника. Многоугольник на рисунке 1 имеет пять таких углов (в зависимости от количества вершин), поэтому он называется пятиугольником. В общем, **название многоугольника определяется количеством вершин**. Например, многоугольник с четырьмя вершинами - это четырехугольник, с шестью вершинами - это шестиугольник и т. д.

Каждый угол многоугольника имеет два смежных угла. На рисунке 1 показаны смежные с $\angle A$ углы, обозначенные буквами β и γ .

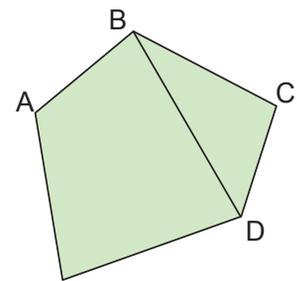


Рис. 3

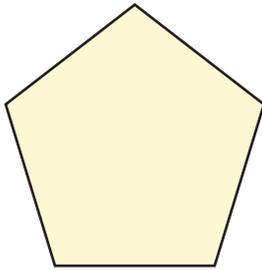


Рис. 4



Пикассо, «Женщина с мандолиной»

Рис. 1

Они называются **внешними** углами многоугольника. При каждой вершине лежат два равных внешних угла.

Если мы соединим две несмежные вершины выпуклого многоугольника отрезком, то этот отрезок будет лежать в многоугольнике. Этот отрезок называется **диагональю** многоугольника. В многоугольнике ABCDE, изображенном на рисунке 3, проведена диагональ BD. Этот многоугольник имеет пять диагоналей.

Многоугольник, у которого все внутренние углы и все стороны равны, называется **правильным многоугольником**. На рисунке 4 показан правильный пятиугольник. Квадрат - это правильный четырехугольник.

Из геометрических фигур многоугольники в практике являются наиболее распространенными. Поверхность деталей многих технических устройств и предметов бытового назначения состоят из многоугольников. Многоугольники также встречаются в образцах архитектуры и искусства.

Кубизм – художественное направление начала двадцатого века - пытался изображать предметы с помощью многоугольников и частей круга (рис. 1).

Многоугольники также широко «используются» живыми организмами. Например, соты пчелиного улья имеют форму правильного шестиугольника (рисунок 2).

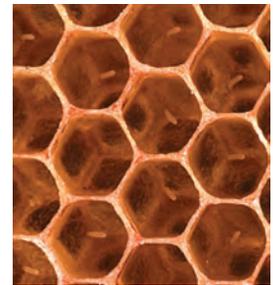


Рис. 2

Ответь на вопросы:

1. Какая ломаная делит плоскость на две части?
2. Когда ломаная может разделить плоскость на более, чем две части? Построй соответствующий чертеж.
3. Какая из известных тебе геометрических фигур является многоугольником? Какая не является?
4. Какой многоугольник является выпуклым?
5. Как называется многоугольник, имеющий три вершины? Имеет 7 сторон?
6. Сколько внешних углов имеет десятиугольник?
7. Что называется диагональю?
8. Сколько диагоналей имеет четырехугольник?
9. Какой многоугольник не имеет диагонали?
10. Какую фигуру называют правильным многоугольником?

Упражнения

1 Является ли четырехугольник, изображенный на рисунке 5, выпуклым? Ответ обоснуй.

2 Нарисуй невыпуклый шестиугольник. Покажи, почему он не выпуклый.

3 Периметр четырехугольника равен 18,3 см. Его три стороны имеют длину - 4,2 см, 5,2 см и 6,5 см. Найди длину четвертой стороны.

4 Все стороны шестиугольника равны. Найди длину каждой стороны, если периметр шестиугольника составляет 2,7 дм. Дай ответ в сантиметрах.

5 Внутренние углы треугольника 38° , 74° и 68° . Найди величины внешних углов этого треугольника.

6 Один из внешних углов многоугольника равен 130° . Чему равен смежный с ним его внутренний угол?

7 Начерти прямоугольник и проведи обе диагонали. С помощью циркуля сравни длины диагоналей этого прямоугольника. Сделай вывод.

8 Периметр прямоугольника ABCD равен 14 см, а периметр треугольника BCD - 12 см. Найди длину диагонали AC.

9 Используя рисунок 4, и с помощью циркуля сравни длины диагоналей данного пятиугольника. Сделай вывод.

10 Начерти выпуклый шестиугольник. Сколько диагоналей можно провести из одной его вершины? Сколько диагоналей у начерченного тобой шестиугольника?

11 На сколько треугольников можно разделить проведенными из одной вершины диагоналями выпуклый: а) пятиугольник? б) шестиугольник?

12 Сколько осей симметрии имеют правильные: а) пятиугольник? б) шестиугольник? Сделай соответствующий чертеж.

13 На рисунке 6 периметр треугольника ABD равен 12 дм, а периметр треугольника BCD - 16 дм. Найди периметр четырехугольника ABCD, если $BD = 4$ дм.

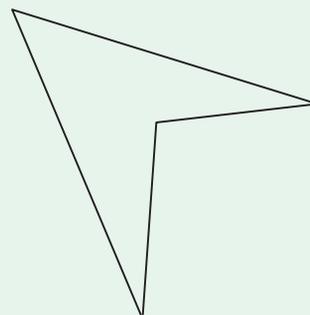


Рис. 5

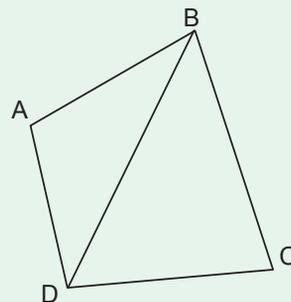


Рис. 6

- 14 С помощью транспортира нарисуй многоугольник, все внутренние углы которого равны 60 градусам. Какую фигуру ты получил?
- 15 Периметр четырехугольника ABCD равен 13 см. Найди длину диагонали BD, если периметр треугольника ABD равен 8,2 см, а периметр треугольника BCD равен 7,3 см.
- 16 Можно ли построить такой четырехугольник ABCD, в котором $AB = 3BC$, $BC = 2CD$, $AD = CD$? Ответ обоснуй.
- 17 Сколько диагоналей можно провести из одной вершины выпуклого n-угольника?
- 18 Известно, что число диагоналей выпуклого n-угольника равно $\frac{n(n-3)}{2}$. Проверь правильность этой формулы, когда $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$ и $n = 6$.
- 19 Группа актеров отправилась на концерт из Тбилиси в Батуми на поезде в 9⁰⁰ часов утра. Концерт назначен на 8⁰⁰ часов вечера. Расстояние от Тбилиси до Батуми составляет 400 километров, а поезд в среднем проходит 54 километра в час. Опоздает ли группа на концерт?



- 20 От дома Гии до школы 2 километра. Уроки в школе начинаются в 9⁰⁰ часов. Опоздает ли Гия на урок, если он вышел из дома в 8³⁰, и каждые 4 минуты приближается к школе на 300 метров?

Ну-ка, попробуй!

Обоснуй правильность формулы, приведенной в упражнении 18, для любого n.

2.5 Треугольник



Цель

Овладеть навыками определения и построения медианы, биссектрисы, высоты треугольника.

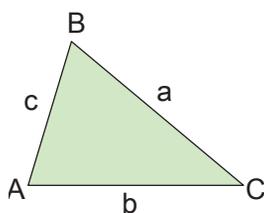


Рис. 1

Простейшим типом многоугольника является треугольник (рис. 1). Треугольник - это выпуклый многоугольник. У него три вершины и три стороны. Как и в других типах многоугольников, мы можем использовать большие латинские буквы для обозначения вершин треугольника, а для обозначения сторон - пару букв, обозначающих концы этих сторон. На рисунке 1 изображен треугольник, вершинами которого являются А, В и С, а сторонами - АВ, ВС и СА. Часто стороны треугольника обозначают маленькими буквами. В этом случае для обозначения стороны используют ту же букву, какой обозначена противолежащая вершина. На рисунке 1 сторона, противолежащая вершине В, обозначена буквой b. Сам треугольник обозначается символом Δ . Например, «треугольник ABC» сокращенно запишется ΔABC .



Существуют несколько отрезков, связанных с треугольником, которые играют важную роль в изучении треугольников. Это: **медиана, биссектриса и высота**.

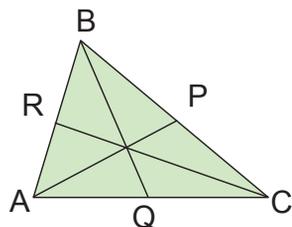


Рис. 2

Отметим **серединную точку** любой стороны треугольника. Это точка, которая находится на одинаковом расстоянии от концов стороны. Соединим ее отрезком с противолежащей вершиной. Этот отрезок называется **медианой** треугольника («медиана» в переводе с латинского означает середина, средняя).

Медиана треугольника - это отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединной точкой противолежащей стороны.

На рисунке 2 точки Р, Q и G - соответственно серединные точки сторон BC, AC и AB треугольника, а AP, BQ и CR - медианы. Треугольник имеет три медианы. На чертеже они пересекаются в одной точке. Это не случайно: в будущем мы докажем, что **все три медианы любого треугольника пересекаются в одной точке**.

На рис. 3 показана проведенная из вершины А биссектриса угла ВАС треугольника ABC. Этот луч пересекает противолежащую сторону BC треугольника в точке Р. Отрезок AP называется **биссектрисой** треугольника. Примечательно, что биссектриса угла - это луч, а биссектриса треугольника - отрезок.

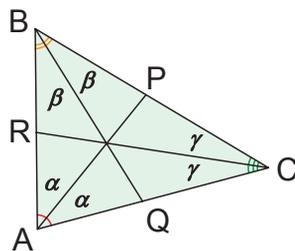


Рис. 3

В треугольнике мы можем провести три биссектрисы, по одной из каждой вершины. На рисунке 5 биссектрисы - это AP, BQ и CR. Как видно из рисунка, все три биссектрисы треугольника, также, как медианы, пересекаются в одной точке.

Отметим, что в общем, проведенная из какой-либо вершины треугольника биссектриса, может не совпадать с проведенной из той же вершины медианой.

Высотой треугольника называется перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, которая содержит его противоположную сторону. Рассмотрим треугольник ABC, изображенный на рисунке 4.

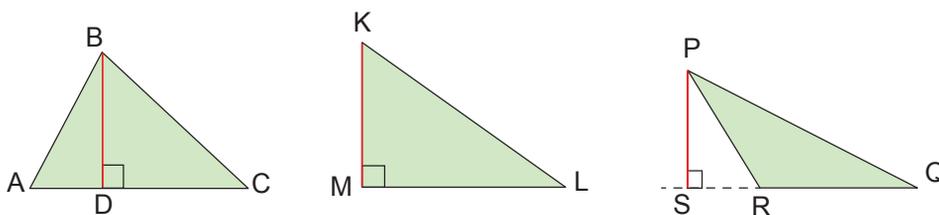


Рис. 4

Из его вершины B опустим перпендикуляр на прямую AC. Основа перпендикуляра будет соответствовать точке D на стороне AC: $\angle BDC = 90^\circ$. Отрезок BD представляет собой высоту, проведенную из вершины B к стороне AC. Треугольник имеет три высоты.

Основание высоты, опущенной из вершины треугольника, может не лежать на противоположной стороне. На рисунке 4 в MKL треугольнике $\angle KML$ прямой, поэтому перпендикуляр, опущенный из вершины K будет проходить через конец M стороны ML. На том же рисунке основание высоты, опущенной из вершины P треугольника PQR, лежит на продолжении стороны QR.

Проведем все три высоты в треугольнике. На этот раз у нас может быть два случая:

1) Все три высоты треугольника пересекаются в одной точке. Этот случай показан на рисунке 5, где высоты AD, BE и CF пересекаются в точке G.

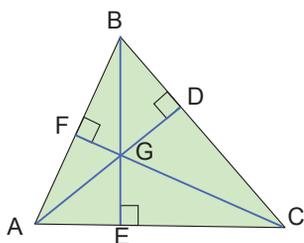


Рис. 5

2) Высоты не имеют общей точки на рисунке 6. В этом случае, через одну точку будут проведены прямые, содержащие высоты. Высоты LQ и MN не пересекаются, но содержащие их прямые пересекаются в точке R.

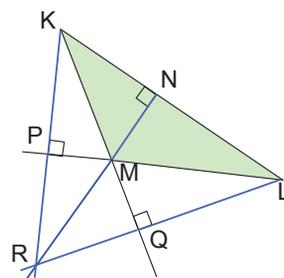


Рис. 6

Ответ на вопросы:

1. Существует ли невыпуклый треугольник?
2. Стороны треугольника обозначены буквами m, n и k. Как ты обозначишь вершины этого треугольника?
3. Как построить медиану? Сколько медиан имеет треугольник?
4. Что называется биссектрисой угла? Какой инструмент мы можем использовать, чтобы построить биссектрису данного угла?
5. Какой фигурой является биссектриса треугольника? Сколько биссектрис имеет треугольник?
6. Какой фигурой является высота треугольника? Как мы можем ее построить?
7. Какое общее свойство имеет биссектриса и медиана треугольника? Имеет ли это свойство высота?

Упражнения

1 Из вершины B треугольника ABC на сторону AC опущена медиана BD . Построй чертеж и найди длину стороны A , если $CD = 6,4$ см.

2 BD - медиана в треугольнике ABC , а точка E - основание медианы BE треугольника ABD . Построй чертеж и найди длину отрезка ED , если длина стороны AC равна 16 см.

3 Биссектриса KN треугольника KLM образует угол 30° со стороной KM . Найди величину угла MKL .

4 Какой угол образует биссектриса угла C со стороной BC треугольника, показанного на рисунке 7?

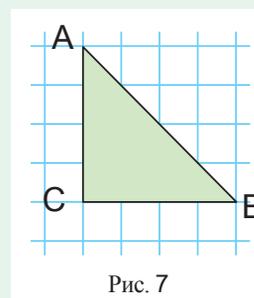


Рис. 7

5 DN - биссектриса треугольника DEF . Найди величину угла, смежного с $\angle NDF$, если величина угла, смежного с углом EDF , составляет 48° .

6 В какой точке пересекутся высоты треугольника, изображенного на рисунке 7?

7 На бумаге в клетку начерти треугольник, из одной вершин которого опущенная высота совпадает с медианой. Из той же вершины проведи биссектрису.

8 Начерти в тетради треугольник, изображенный на рисунке 8. Построй его высоты и найди их точку пересечения.

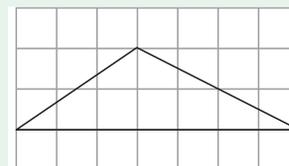


Рис. 8

9 В треугольнике ABC проведены медианы AK , CM и BN . $AM + BK + CN = 28$ дм. Найди периметр треугольника ABC .

10 Из вершины P треугольника PQR опущена медиана PS на сторону QR . Периметры треугольников PQS и PRS равны. Докажи, что $PQ = PR$.

11 Периметр треугольника ABC равен 30 см. AK - медиана. Точка K взята на стороне BC . Периметр треугольника ABK равен 18 см, а периметр треугольника ACK - 24 см. Вычисли длину медианы AK .

12 Высота, опущенная из вершины A на сторону BC треугольника ABC образует со сторонами AB и AC , соответственно, углы 30° и 40° . Какой угол она образует с биссектрисой угла A ?

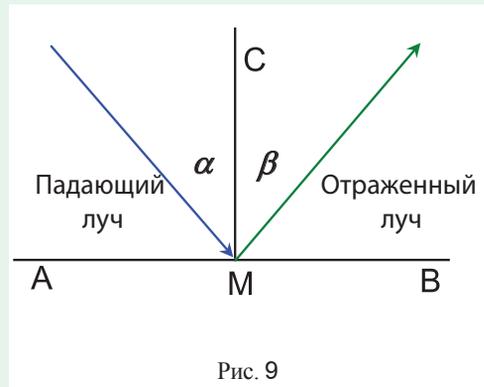
13 Вырежи из бумаги треугольник. Разрежь его по медиане и, прикладывая полученные треугольники друг к другу, получи треугольник, отличный от исходного.

14

При отражении луча от плоской поверхности, например, зеркала (рис. 9), угол, образуемый лучом падения с перпендикуляром MC , восстановленный в точку падения, то есть угол падения (α) равен углу отражения (β), то есть углу, образованному отраженным лучом с перпендикуляром (на рис. 9 $\alpha = \beta$).

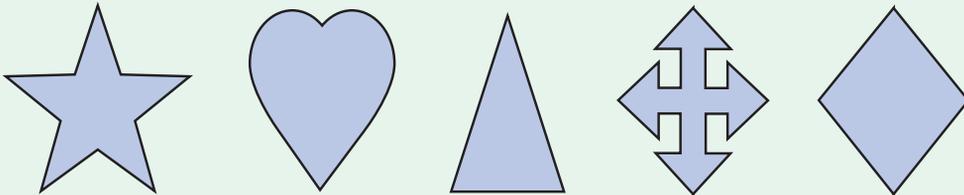
Используя этот закон, ответь на вопросы:

- Чему равен угол, образованный отраженным лучом с поверхностью, если угол падения луча равен 30° ?
- Чему равен угол между падающим и отраженным лучами, если отраженный луч образует с поверхностью угол 15° ?
- Какой угол с поверхностью образует падающий луч, если падающий и отраженный лучи взаимоперпендикулярны?



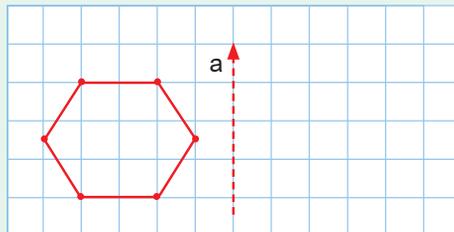
15

Начерти данные фигуры и проведи оси симметрии:



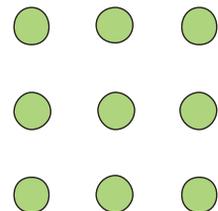
16

Начерти чертеж и построй симметричную данному шестиугольнику фигуру относительно оси a .



Ну-ка, попробуй!

Начерти чертеж и соедини девять кружков, изображенных на нем, с помощью ломаной, состоящей из четырех отрезков.



2.6 Задачи на построение. Практическая работа



Цель

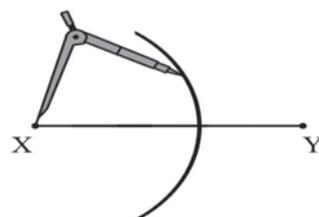
Овладеть навыками построения серединного перпендикуляра отрезка, прямой, перпендикулярной данной прямой, биссектрисы угла и угла, равного данному.

Задачи на построение включают в себя задачи построения фигур с заданными элементами. Задачи на построение решаются, в основном, с помощью циркуля и линейки. Мы и до этого решали простые задачи на построение. Например, провести прямую через две точки, построить окружность с центром в заданной точке и с заданным радиусом, построить точку, симметричную данной точке, относительно заданной оси и т. д.

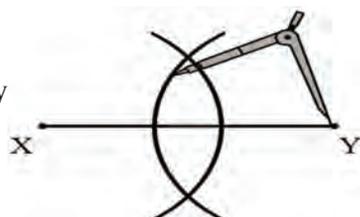
Задача 1. Дан отрезок XU . Построим серединный перпендикуляр отрезка XU .

Решение.

Этап I. В точке X , взятой в качестве центра, циркулем начертим дугу с радиусом более половины длины отрезка XU .

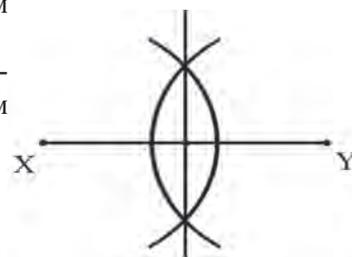


Этап II. В точке U , взятой в качестве центра, начертим дугу того же радиуса.



Этап III. В точках пересечения двух полученных дуг начертим прямую с помощью линейки.

Точка пересечения полученной прямой и отрезка XU будет серединой отрезка XU , а построенная прямая - серединным перпендикуляром отрезка XU .



Проверка: Используя циркуль и транспортир, убедись, что построенная тобой прямая является серединным перпендикуляром отрезка XU .

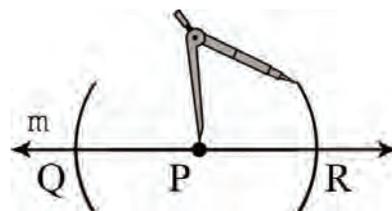
Используя циркуль, проверь следующее свойство серединного перпендикуляра:

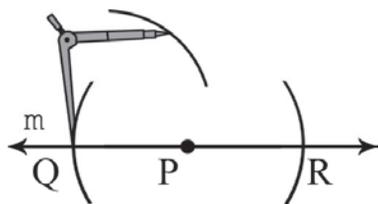
«Каждая точка серединного перпендикуляра отрезка равномерно удалена от концов отрезка».

Задача 2. Из точки P , лежащей на прямой m провести прямую, перпендикулярную прямой m .

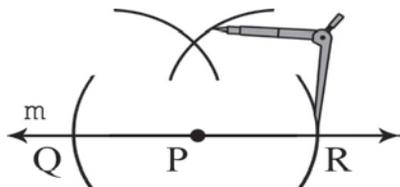
Решение.

Этап I. По обе стороны от точки P на прямой m циркулем отмерим равные отрезки PQ и PR .

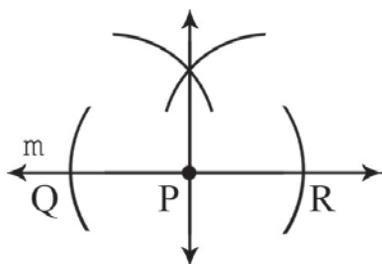




Этап II. В точке Q, взятой в качестве центра, начертим дугу с радиусом, превышающим PQ.

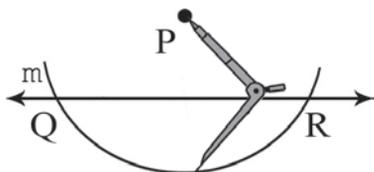


Этап III. В точке R, взятой в качестве центра, начертим дугу с таким же радиусом.



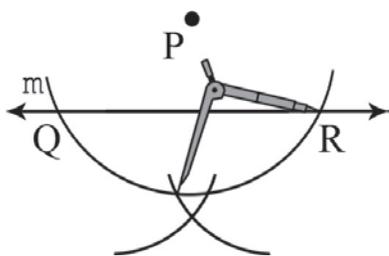
Этап IV. Через точку, полученную при пересечении и точку P проведем прямую. Эта прямая будет перпендикуляром прямой m (проверьте транспортиром)

Задача 3. Через точку P, лежащую вне прямой m провести прямую, перпендикулярную прямой m.

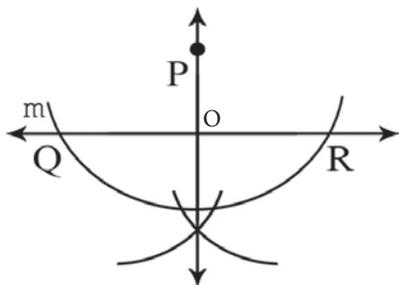


Решение.

Этап I. Из точки P, взятой в качестве центра, начертим дугу, пересекающуюся с прямой m. Точки пересечения обозначим буквами Q и R.



Этап II. Из точек Q и R, взятых в качестве центров, начертим пересекающиеся дуги с одинаковым радиусом.



Этап III. Через точку пересечения дуг и точку P начертим прямую.

Полученная прямая будет перпендикулярной прямой m (проверь транспортиром). Буква O на чертеже указывает точку пересечения этой прямой с прямой m.

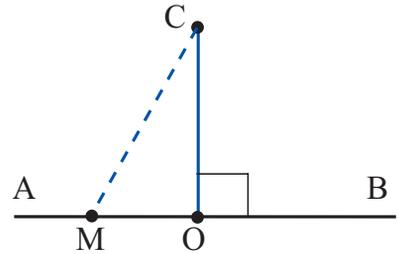
Примечание. Длина отрезка PO называется расстоянием от точки P до прямой m.

Поэтому, чтобы узнать расстояние от данной точки до данной прямой, нужно:

- Провести перпендикулярный отрезок от этой точки к прямой.
- Измерить длину полученного отрезка.

С помощью циркуля проверь правильность следующего утверждения:

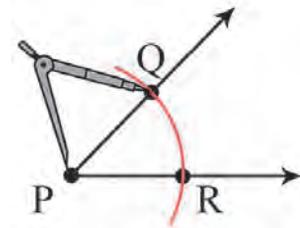
«Среди всех отрезков, соединяющих точку вне прямой с точками прямой, самым коротким является отрезок, который перпендикулярен этой прямой».



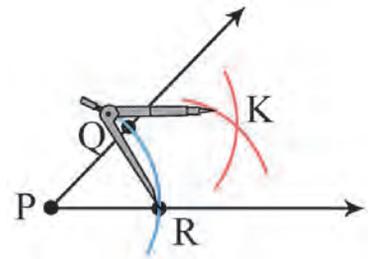
Задача 4. Построить биссектрису заданного угла.

Решение.

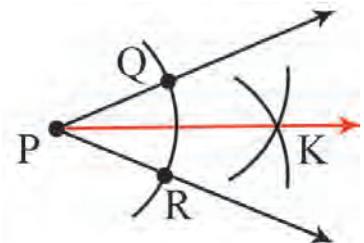
Этап I. Из вершины угла P, взятой за центр, начертим дугу так, чтобы она пересекала стороны угла. Точки пересечения обозначим буквами Q и R.



Этап II. Из точек Q и R, как из центров, внутри угла начертим пересекающиеся дуги с равными радиусами. Точку пересечения обозначим K.

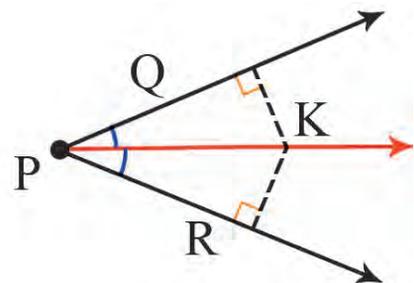


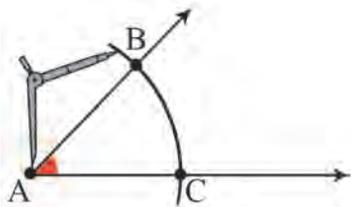
Этап III. Проведем луч PK. Полученный луч представляет собой биссектрису угла QPR (проверь транспортиром).



В соответствии с данным чертежом проверь следующее свойство биссектрисы угла:

Все точки биссектрисы угла равноудалены от сторон угла.

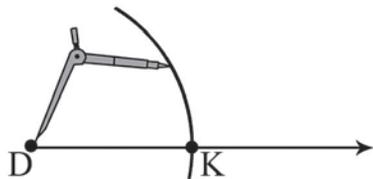




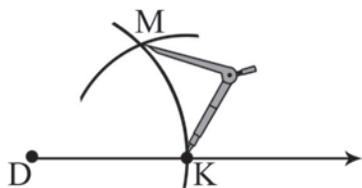
Задание 5. Построить угол, равный заданному углу.

Решение.

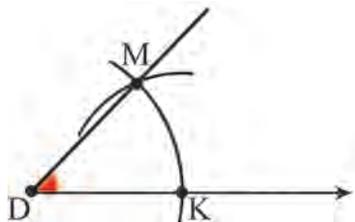
Этап I. Из точки A, как и из центра, начертим дугу так, чтобы она пересекала стороны угла. Точки пересечения обозначим буквами B и C.



Этап II. Проведем луч. Из начала луча D, как из центра, начертим дугу радиусом, равному отрезку AB так, чтобы она пересекала луч. Точку пересечения обозначим буквой K.



Этап III. Из точки K, как и из центра, начертим дугу радиусом, равному отрезку BC так, чтобы она пересекала дугу, построенную на этапе II. Точку пересечения дуг обозначим буквой M.



Этап IV. Через точки D и M начертим луч DM. Полученный угол MDK будет равен заданному углу BAC (проверьте транспортиром).

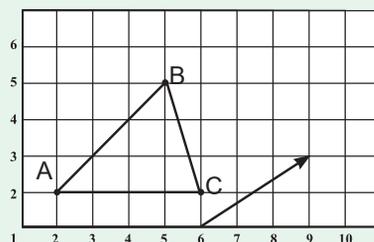
Ответ на вопросы:

1. Как построить серединный перпендикуляр отрезка?
2. Каково свойство точки, лежащей на серединном перпендикуляре?
3. Как найти серединную точку данного отрезка с помощью циркуля и линейки?
4. Как построить перпендикуляр к прямой из точки, лежащей на прямой?
5. Как построить перпендикуляр к прямой из точки, лежащей вне прямой?
6. Длиной какого отрезка определяется расстояние от точки до прямой?
7. Как построить биссектрису угла?
8. Каково свойство точки, лежащей на биссектрисе угла?
9. Как построить угол, равный данному углу?

Упражнения

- 1 Начерти отрезок и найди его серединную точку с помощью циркуля и линейки.
- 2 С помощью циркуля и линейки из точки E, лежащей на прямой AB, построй прямую, перпендикулярную данной прямой.

- 3 Начерти отрезок и с помощью циркуля и линейки построй отрезок, который вдвое длиннее.
- 4 Начерти отрезок и с помощью циркуля и линейки раздели его на четыре равные части.
- 5 Начерти угол и с помощью циркуля и линейки раздели его на четыре равные части.
- 6 Начерти острый угол и с помощью циркуля и линейки построй вдвое больший угол.
- 7 Дан отрезок AB и прямая a . Через концы отрезка AB с помощью циркуля и линейки проведи прямые, перпендикулярные прямой a , если:
 - а) отрезок AB лежит на прямой a ;
 - б) отрезок AB пересекает прямую a ;
 - в) отрезок AB не пересекает прямую a .
- 8 Точка M лежит на серединном перпендикуляре отрезка AB . $MB = 9$ см. Какова длина отрезка MA ?
- 9 Расстояние от точки K биссектрисы BK угла ABC до стороны BC равно $7,2$ дм. Чему равно расстояние от точки K до стороны BA ?
- 10 Начерти треугольник ABC и с помощью циркуля и линейки проведи медианы AM и BN . Точку пересечения медиан обозначь буквой K . Измерь полученные отрезки AK , KM , BK и KN и вычисли отношения $AK:KM$ и $BK:KN$. Сделай вывод.
- 11 Начерти треугольник и с помощью циркуля и линейки проведи серединные перпендикуляры к трем его сторонам. Сделай вывод.
- 12 Начерти отрезок AB . С помощью циркуля и линейки построй: а) треугольник, б) квадрат со сторонами, равными отрезку AB .
- 13 Начерти в тетради чертеж и построй фигуру, полученную путем параллельного переноса, показанного стрелкой треугольника ABC .



Ну-ка, попробуй!

Из древесного материала сделай каркасы треугольника и прямоугольника. Попробуй изменить форму треугольника и прямоугольника. Испытывает ли деформацию треугольник? Квадрат?

2.7 Свойства параллельных прямых



Цель

Овладеть навыками определения, перечисления и использования свойств углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

На рис. 1 параллельные прямые a и b пересекаются прямой c . Полученные углы пронумерованы. При параллельном переносе, отмеченном красной стрелкой $\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 7$, $\angle 4$ и $\angle 8$ соответствуют друг другу, поэтому эти углы равны. Эти пары углов называются соответственными углами.

Соответственные углы, полученные при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой, равны.

$\angle 3$ и $\angle 5$, а также $\angle 4$ и $\angle 6$ называются **накрест лежащими углами**. Поскольку $\angle 3 = \angle 1$ (как вертикальные углы) и $\angle 1 = \angle 5$ (как соответственные углы), мы получим равенство $\angle 3 = \angle 5$. Аналогично, поскольку $\angle 4 = \angle 2$ (как вертикальные углы), и $\angle 6 = \angle 2$ (как соответственные углы), получаем равенство $\angle 4 = \angle 6$. Итак:

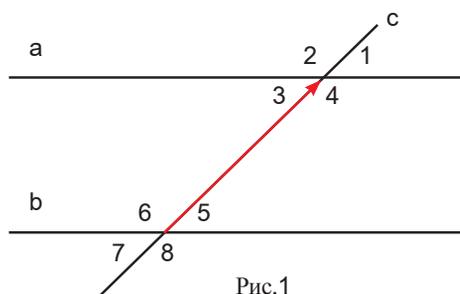


Рис.1

Накрест лежащие углы, полученные при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой, равны.

$\angle 3$ и $\angle 4$ - смежные углы. Следовательно, $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$. Если в этом равенстве мы заменим $\angle 3$ на равный ему $\angle 5$, то получим равенство: $\angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$, а если заменить $\angle 4$ равным ему $\angle 6$, то получим равенство: $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$. Входящие в полученные равенства пары углов, называются **внутренними односторонними углами**. Следовательно,

Сумма величин внутренних односторонних углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой, равна 180° .

Ответ на вопросы:

1. Сколько пар соответственных углов получается при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой?
2. Какое свойство есть у соответственных углов?
3. Сколько пар накрест лежащих углов получается при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой?
4. Какое свойство есть у накрест лежащих углов?
5. Какое свойство есть у внутренних односторонних углов?
6. Что вы можете сказать о 2-м и 7-м углах, изображенных на рисунке 1?

Упражнения

- 1 Назови четыре равных угла, изображенных на рисунке 1.
- 2 Назови все углы, равные $\angle 6$ на рисунке 1.
- 3 Назови все пары углов, изображенных на рис. 1, сумма которых равна 180° .
- 4 Один из углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей, является прямым. Вычисли размеры оставшихся углов.
- 5 Величина одного из углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей, составляет 37° . Вычисли величины оставшихся углов.
- 6 Сумма двух углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей, составляет 130° . Вычисли величину каждого из этих углов.
- 7 Разность между двумя углами, полученными при пересечении двух параллельных прямых третьей, составляет 70° . Вычисли величину каждого из этих углов.

- 8 Может ли величина одного из углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей, быть 40° , а другого - 60° ? Ответ объясни.

- 9 На рис. 2 две параллельные прямые пересекаются двумя параллельными прямыми. Величина одного из углов равна 130 градусам. Вычисли значения остальных углов.

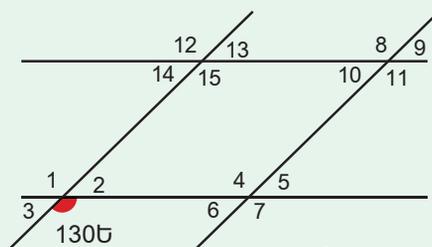


Рис. 2

- 10 Вычисли все углы четырехугольника ABCD, если $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 127^\circ$ и $\angle CDA = 45^\circ$.

- 11 В $\triangle ABC$, где $\angle A = 67^\circ$, $\angle B = 76^\circ$, проведена параллельная стороне AB прямая, которая пересекает стороны AC и BC в точках D и E. Найди величины углов, образованных этой прямой со сторонами треугольника.

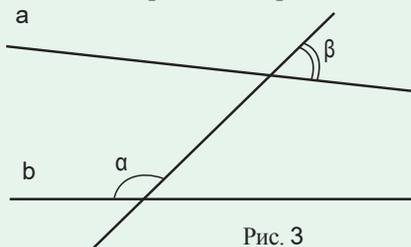


Рис. 3

- 12 Величина угла α , изображенного на рисунке 3, равна 150° , величина угла β равна 50° . Параллельны ли прямые a и b?

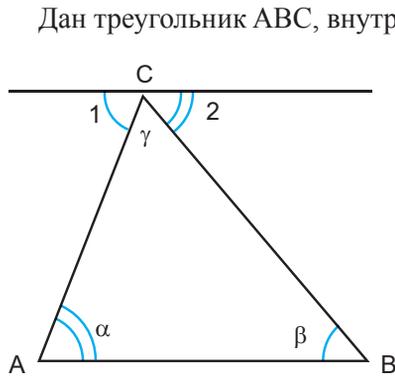
- 13 Начерти фигуры: отрезок, угол, прямоугольник, квадрат и проведи их оси симметрии.

2.8 Свойства углов треугольника



Цель

Овладеть навыками пользования свойствами внутренних и внешних углов треугольника



Дан треугольник ABC, внутренними углами которого являются α , β и γ . Через вершину C проведена параллельная стороне AB прямая. Углы $\angle 1$, $\angle 2$ и γ образуют развернутый угол. Следовательно, сумма их величин равна 180° :

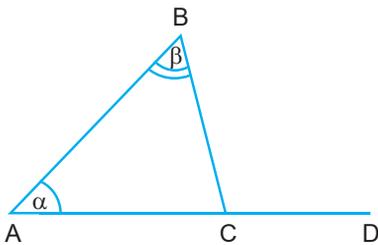
$$\angle 1 + \gamma + \angle 2 = 180^\circ.$$

С другой стороны, $\angle 1 = \alpha$, $\angle 2 = \beta$ как накрест лежащие углы. Если в равенстве $\angle 1 + \gamma + \angle 2 = 180^\circ$ $\angle 1$ и $\angle 2$ заменить углами α и β , получим:

$$\alpha + \gamma + \beta = 180^\circ.$$

Этим мы доказали теорему:

Теорема 1. Сумма величин внутренних углов треугольника равна 180° .



Задача: Градусные меры внутренних углов A и B в треугольнике ABC равны α и β соответственно. Вычислим величину внешнего угла, при вершине C.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$.

Н.Р. $\angle BCD$

Решение.

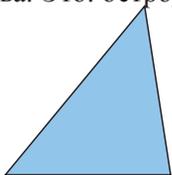
$$\angle BCD = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - (180^\circ - (\angle A + \angle B)) = \angle A + \angle B = \alpha + \beta$$

Ответ: $\angle BCD = \alpha + \beta$.

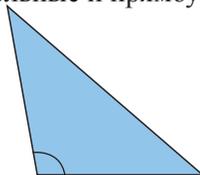
Из рассмотренной задачи мы делаем вывод:

Величина внешнего угла треугольника равна сумме величин внутренних несмежных углов.

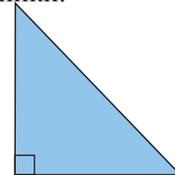
По величине углов множество треугольников делится на три не пересекающихся подмножества. Это: остроугольные, тупоугольные и прямоугольные треугольники.



Остроугольный треугольник



Тупоугольный треугольник



Прямоугольный треугольник

В прямоугольном треугольнике сторона, противоположная прямому углу, называется **гипотенузой**, а две другие стороны называются **катетами**.

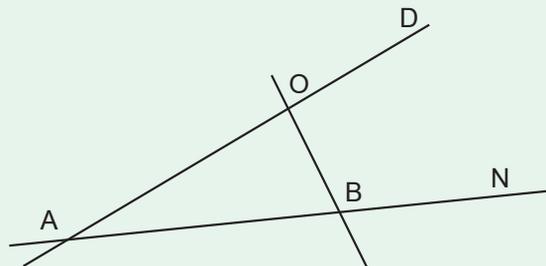


Ответь на вопросы:

1. Может ли треугольник иметь два прямых угла? Почему?
2. Может ли треугольник иметь два тупых угла? Почему?
3. Может ли треугольник иметь углы, равные 60° , 50° , 68° ? Почему?
4. Сколько острых углов имеет прямоугольный треугольник?
5. Каково свойство внешнего угла треугольника?
6. Какова величина внешних углов равностороннего треугольника?
7. Какое множество является пересечением множеств прямоугольного и тупоугольного треугольников?

Упражнения

1. Величина двух углов треугольника: а) 32° и 65° ; б) 25° и 78° ; в) 69° и 28° . Найди величину третьего угла треугольника.
2. В $\triangle ABC$ $\angle A = 69^\circ$, $\angle B = 82^\circ$. Вычисли $\angle C$.
3. Величина одного острого угла прямоугольного треугольника равна 30° . Какова величина второго острого угла?
4. Соотношение острых углов прямоугольного треугольника составляет 4: 5. Вычисли величину наименьшего угла этого треугольника.
5. Вычисли углы треугольника, если их величины соотносятся как: а) 1: 2: 3; б) 2: 3: 5.
6. На данном рисунке $\angle DOB = 90^\circ$, $\angle OBN = 110^\circ$. Вычисли углы $\triangle AOB$.



7. $\triangle AB$ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. Точка O является точкой пересечения биссектрис углов A и B . Вычисли величину $\angle AOB$.

8 Вычисли величину угла, образованного биссектрисами углов A и B $\triangle ABC$, если:
а) $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$; б) $\angle A = 38^\circ$, $\angle B = 72^\circ$.

9 Один из внешних углов прямоугольного треугольника равен 135° . Вычисли величины острых углов треугольника.

10 Два угла треугольника равны 80° и 35° . Вычисли внешние углы треугольника.

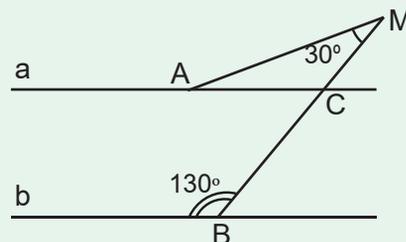
11 Начерти по одному внешнему углу при каждой вершине треугольника. Вычисли сумму величин этих углов.

12 Докажи, что внешний угол треугольника больше, чем любой внутренний не смежный с ним угол.

13 В прямоугольном треугольнике вычисли размеры углов, образованных биссектрисой внешнего угла, при прямом угле, с катетами.

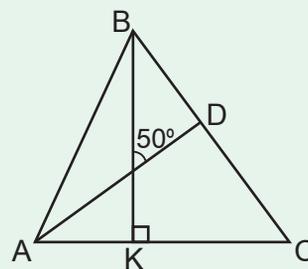
14 Перпендикуляр, опущенный из вершины B прямоугольника $ABCD$ на диагональ AC образует со стороной BC угол 50° . Вычисли углы, образованные диагональю AC со сторонами прямоугольника.

15 Точка M соединена с точками A и B параллельных прямых a и b . Найди величину угла MAC учитывая размеры, указанные на рисунке.



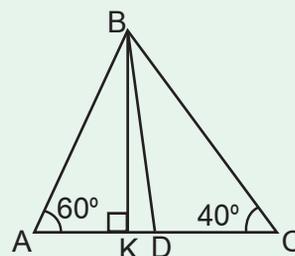
16 Вычисли величину угла, образованного биссектрисами углов A и B $\triangle ABC$, если: а) $\angle C = 40^\circ$; б) $\angle C = 150^\circ$; в) $\angle C = \alpha$.

17 Величина угла между высотами AD и BK в треугольнике ABC , изображенного на чертеже, составляет 50° . Вычисли величину угла C .



18 Докажи, что если стороны двух углов попарно параллельны друг другу, то эти углы либо равны, либо сумма их величин равна 180 градусам.

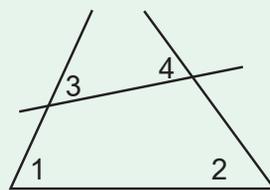
19 BK – высота, а BD – биссектриса в треугольнике ABC . Вычисли величину угла DBK по размерам, указанным на чертеже.



20

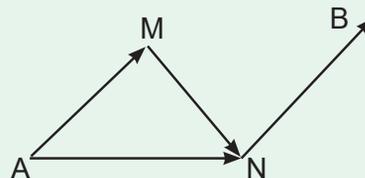
Какое равенство является правильным согласно чертежу?

- а) $\angle 1 = \angle 3$; б) $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$;
 в) $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$; г) $\angle 1 = \angle 4$.



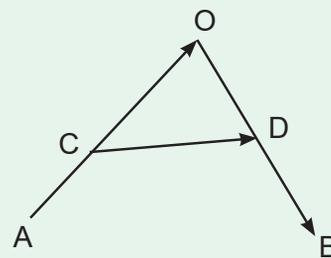
21

На рисунке показаны два альтернативных способа добраться из пункта А в пункт В. Какой путь короче?



22

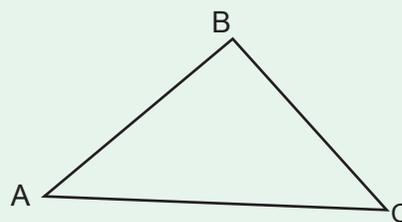
Из пункта А в пункт В одновременно с одинаковой скоростью выехали два пассажира. Один из них воспользовался дорогой АОВ, а другой - АСДВ. Какой пассажир прибыл в пункт В раньше?



23

В данном треугольнике назовите:

- а) сторону, противоположную углу А;
 б) сторону, противоположную углу АВС;
 в) угол, противоположный стороне АВ;
 г) углы при стороне ВС.



Ну-ка, попробуй!

Докажи, что сумма величин внутренних углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ (n-2)$.

Возможно ли это?

- а) Периметр треугольника АВС был больше периметра четырехугольника АВСД?
 б) Площадь треугольника АВС была больше площади четырехугольника АВСД?

2.9 Равнобедренный треугольник



Цель

Овладеть навыками пользования свойствами равнобедренного треугольника.

В зависимости от длины сторон различают равносторонние, равнобедренные и разносторонние треугольниками. У равностороннего треугольника все стороны равны, а у равнобедренного треугольника – две стороны равны. Равные стороны равнобедренного треугольника называются боковыми сторонами, а третья сторона называется основанием.

Рассмотрим равнобедренный $\triangle ABC$, где $AB = BC$, а BK - биссектриса (рис. 1). Прямая, содержащая биссектрису угла, представляет ее ось симметрии. Следовательно, биссектриса BK представляет ось симметрии $\angle B$. Поэтому, если сложить по ней треугольник, сторона BC пройдет вдоль стороны BA . Поскольку $AB = BC$, то точки A и C будут совпадать. Отрезки AK и KC также будут совпадать, что означает, что точка K является серединой стороны AC . То есть биссектриса BK также является медианой $\triangle ABC$. $\angle A = \angle C$ потому, что их составляющие стороны будут совпадать.

Следовательно, углы при основании равнобедренного треугольника равны.

Складывая треугольник по биссектрисе, получаем, что $\angle KVB = \angle KVC$. Эти углы являются смежными углами, поэтому каждый из них является прямым, то есть $BK \perp AC$. Поэтому биссектриса BK является также высотой $\triangle ABC$.

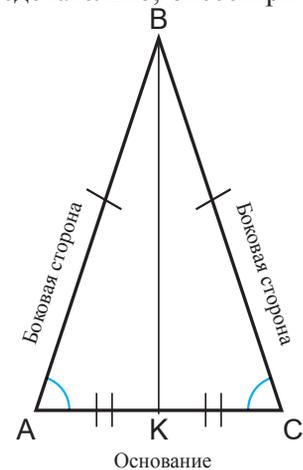


Рис. 1

Подведем итог полученным результатам:

Биссектриса, проведенная из противоположащей основанию вершины равнобедренного треугольника, является осью симметрии треугольника.

Биссектриса, проведенная из противоположащей основанию вершины равнобедренного треугольника, является также медианой и высотой этого треугольника.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

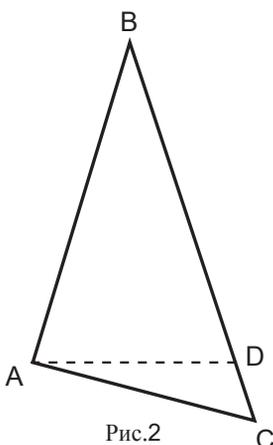


Рис.2

Задача 1. Докажем, что большой угол в треугольнике лежит напротив большой стороны.

Дано: $\triangle ABC$, $BC > AB$

Н.Д. $\angle A > \angle C$

Доказательство: Из вершины B на стороне BC отмерим отрезок BD , равный AB (рис. 2). Полученный треугольник ABD равнобедренный, поэтому $\angle BAD = \angle ADB$. С другой стороны, $\angle BAC > \angle BAD$ и $\angle ADB > \angle C$, потому что угол ADB является внешним углом треугольника ADC . Поэтому $\angle A > \angle C$, что мы и хотели доказать.

Задача 2. В равнобедренном треугольнике ABC, периметр которого равен 32 см, $AB = BC = 10$ см. Из вершины B опущена высота BK. Вычислим длину отрезка AK.

Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC = 10$ см, $P_{\triangle ABC} = 32$ см, $BK \perp AC$.

Найти: AK

Решение. Этап I. Узнаем длину основания AC. Согласно данным, $AB + BC + AC = 32$ см, а $AB = BC = 10$ см. Отсюда $AC = (32 - 20)$ см = 12 см.

Этап II. Вычислим длину отрезка AK. Поскольку BK - высота, опущенная к основанию равнобедренного треугольника, она также будет медианой, или $AK = KC$, где $AK = KC = \frac{AC}{2} = 6$ (см).

Ответ: AK = 6 см.

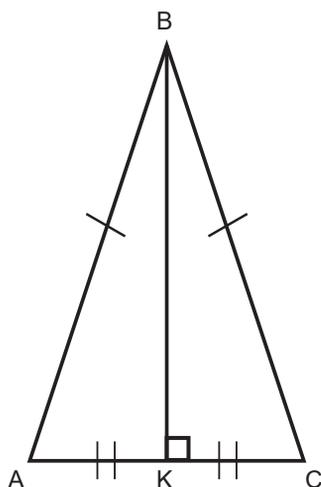


Рис. 3

Ответ на вопросы:

1. Сколько осей симметрии имеет угол?
2. Сколько осей симметрии имеет: а) равнобедренный треугольник; б) равносторонний треугольник?
3. Могут ли быть не равными углы, противолежащие равным сторонам треугольника?
4. Может ли угол при основании равнобедренного треугольника быть прямым? Тупым?
5. Является ли равносторонний треугольник правильным многоугольником?
6. Будет ли прямоугольный треугольник равнобедренным, если один из его углов а) 45° ? б) 60° ?

Упражнения

1. Может ли длина основания равнобедренного треугольника быть 5 м, а длина боковой стороны 2 м?
2. Существует ли треугольник, стороны которого равны:

а) 4 см, 8 см, 8 см?	б) 3 дм, 3 дм, 7 дм?
в) 9 см, 9 см, 1 дм?	г) 5 см, 1 дм, 5 см.
3. Может ли длина основания равнобедренного треугольника быть 2 м, а длина боковой стороны - 2 км?

4 В треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle A = 65^\circ$. Чему равен $\angle B$?

5 Докажи, что: а) углы, лежащие напротив равных сторон треугольника, равны; б) стороны, лежащие напротив равных углов треугольника, равны.

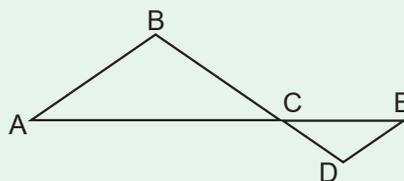
6 Вычисли углы равностороннего треугольника.

7 Величина одного угла равнобедренного треугольника составляет 60 градусов. Вычисли значения остальных углов.

8 Вычисли величины острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника.

9 Докажи, что диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.

10 На чертеже $AB = BC$, $CD = DE$.
Докажи, что $\angle BAC = \angle CED$.



11 Обоснуй, что биссектриса каждого угла равностороннего треугольника является как его медианой, так и его высотой.

12 Длина двух сторон равнобедренного треугольника составляет 6 см и 7 см. Вычисли периметр этого треугольника (рассмотри два случая).

13 Длина двух сторон равнобедренного треугольника составляет 3 м и 8 м. Вычисли периметр этого треугольника.

14 Одна из медиан равнобедренного треугольника разделила периметр этого треугольника на части, равные 18 см и 12 см. Найди длину боковой стороны треугольника (рассмотри все возможные случаи).

15 Одна из медиан равнобедренного треугольника разделила периметр этого треугольника на части, равные 21 см и 18 см. Найди длину основания треугольника (рассмотри все возможные случаи).

16 Отрезок NT – высота, опущенная к основанию равнобедренного треугольника MNK. Периметр треугольника MNT равен 18 сантиметров, а периметр треугольника MNK равен 30 сантиметров. Вычисли длину отрезка NT.

17 Вычисли угол между боковыми сторонами равнобедренного треугольника, если величина угла при основании составляет: а) 30° ; б) 65° ; в) 52° ; г) 80° .

18 Вычисли угол при основании равнобедренного треугольника, если угол между боковыми сторонами составляет: а) 30° ; б) 120° ; в) 152° ; г) 90° .

19 Вычисли углы равнобедренного треугольника, если угол, при основании в 2 раза больше угла при вершине.

20 Вычисли углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 30° меньше угла, при вершине.

21 Вычисли углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 15° больше угла при вершине.

22 Один острый угол прямоугольного треугольника в два раза больше другого. Вычисли величину каждого из них.

23 Скольким градусам равны величины внешних углов равнобедренного прямоугольного треугольника?

24 Вычисли углы равнобедренного треугольника, если один из его углов равен:

- а) 30° ; б) 44° ; в) 100° ; г) 110°

Сколько решений у этой задачи?

25 Вычисли угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника.

26 Вычисли углы равнобедренного треугольника, если величина одного из его внешних углов равна:

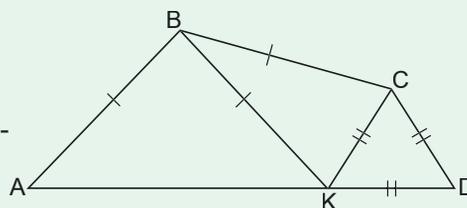
- а) 120° ; б) 40° ; в) 90° .

27 Периметр равнобедренного треугольника в 5 раз превышает длину основания. Вычисли отношение длины боковой стороны к длине основания.

28 В треугольнике ANC $\angle A = 42^\circ$, $\angle N = 106^\circ$. Точки K и E взяты на стороне AC так, что $AK = KN$, $NE = EC$. Вычисли величину $\angle KNE$.

29 Вычисли по чертежу:

- а) $\angle BAD$, если известно, что $\angle BKC = 70^\circ$;
б) $\angle ABC$;
в) длину CD , если $AB = 10$ см и $AB \parallel CK$;
г) Может ли размер $\angle A$ быть 30° ? Объясни, почему?



30 Биссектриса угла, лежащего при основании равнобедренного треугольника, равна основанию. Найди углы треугольника.

31 Одна из биссектрис равнобедренного треугольника равна его боковой стороне. Найди углы треугольника.

32 Докажи, что катет напротив 30° -градусного угла в прямоугольном треугольнике равен половине гипотенузы.

33 Вырази 1 м^3 : а) в см^3 ; б) в дм^3 .

34 Известно, что 1 литр чистой воды весит 1 кг. Какую массу будет иметь:
а) 1 м^3 чистой воды? б) 1 см^3 чистой воды?

35 Размеры кирпича: длина 25 см, ширина 12,5 см, толщина 10 см. Сколько кирпичей поместится в резервуаре, имеющем форму куба и объемом 1 м^3 .

36 Согласно нормам, в городе с населением более 0,5 млн. должно быть не менее 15 кв. м зеленых насаждений на душу населения. По данным 2001 года, население Тбилиси составляло около 1080000, а зеленый покров составлял 605 га. Соответствовала ли площадь зеленой зоны Тбилиси нормам?



Тбилисский ботанический сад

37 Ставка акцизного сбора при импорте автомобилей на машины старше 14 лет составляет 0,8 лари за 1 см^3 объема двигателя. Коба купил автомобиль с 1,8-литровым двигателем в 2018 году, который был выпущен в 2003 году. Сколько Коба должен был заплатить согласно ставке акциза?



Ну-ка, попробуй!

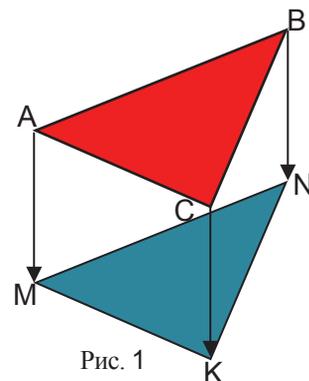
Докажи, что если мы возьмем по одному внешнему углу при каждой вершине выпуклого n -угольника и сложим их величины, то в сумме получим 360° .

2.10 Равенство треугольников. Первый признак равенства



Овладеть навыками нахождения двух равных треугольников по двум сторонам и углу между ними.

Равенство двух плоских фигур означает, что при наложении друг на друга, их можно совместить. На рисунке 1 изображены равные треугольники ABC и KMN . При наложении этих треугольников вершина A треугольника ABC будет совмещена с вершиной M треугольника KMN , вершина B - с вершиной N и вершина C - с вершиной K . Соответственно, будут совмещены стороны AB и MN , BC и NK , AC и MK , а также углы A и M , B и N , C и K .



Чтобы определить равенство фигур нет необходимости накладывать их друг на друга. Например, для установления равенства отрезков достаточно измерить и сравнить их длины, для установления равенства окружностей - измерить и сравнить их радиусы, а для установления равенства углов - измерить и сравнить их градусные меры. В случае треугольников, мы не можем установить равенство, измеряя и сравнивая какой-нибудь один их элемент. Дело в том, что величина треугольника определяется его шестью элементами - тремя сторонами и тремя углами. Очевидно, у равных треугольников все стороны и углы, или все шесть элементов, будут равны. Но сравнение шести элементов каждого из двух треугольников - довольно трудоемкая задача. На самом деле, как оказалось, чтобы установить равенство двух треугольников, достаточно измерить и сравнить три элемента в каждом треугольнике, но это не любые три элемента, их следует выбирать в соответствии с определенными правилами. Эти правила называются признаками равенства треугольников. Есть три основных признака. В этом параграфе мы изучим первый признак.

Первый признак равенства треугольников заключается в следующем:

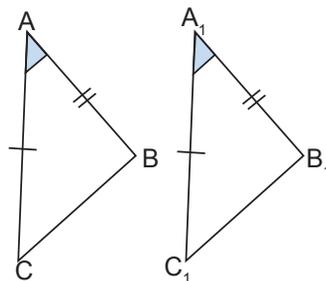
Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то эти треугольники равны.

Доказательство: Достаточно показать, что вышеуказанные треугольники можно совместить друг с другом.

Дано.: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$. $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$.
НД.: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Наложим треугольник $A_1B_1C_1$ на треугольник ABC так, чтобы вершина A_1 совместилась с вершиной A , луч A_1B_1 совместился с лучом AB , а луч A_1C_1 - с лучом AC (это возможно, потому что $\angle A = \angle A_1$). Тогда точка B_1 будет совпадать с точкой B благодаря равенству $AB = A_1B_1$, а точка C_1 будет совпадать с точкой C благодаря равенству $AC = A_1C_1$. Поскольку вершины совмещены друг с другом, треугольники также будут совмещены, что мы и хотели доказать.

В записи равенства $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ последовательность вершин и сторон показывает, какие углы и какие стороны равны.

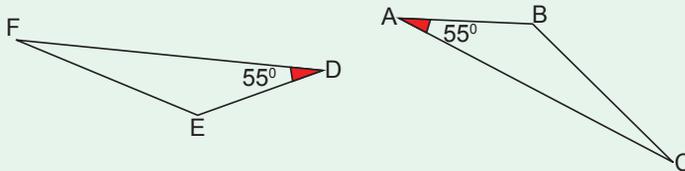


Ответ на вопросы:

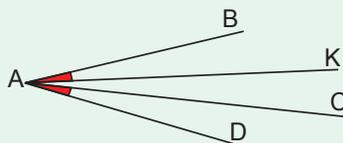
1. Может ли треугольник быть равен четырехугольнику?
2. Достаточно ли для равенства двух треугольников равенства их углов?
3. Достаточно ли для равенства двух равносторонних треугольников равенства одной их стороны?
4. Достаточно ли для равенства двух прямоугольников равенства их площадей?
5. Достаточно ли для равенства двух квадратов равенства их площадей?
6. Достаточно ли для равенства двух прямоугольных треугольников равенства их катетов?
7. Можно ли в первом признаке равенства треугольников вместо равенства угла между равными сторонами требовать равенства любого другого угла?

Упражнения

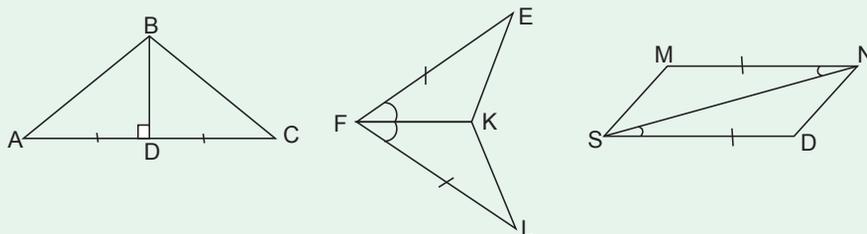
1. Даны равные треугольники ABC и MNK . Известно, что $AB = MN$, $AC = MK$. Назови равные углы в треугольниках ABC и MNK .
2. Даны равные треугольники - ABC и MNK . Известно, что $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$. Назови равные стороны треугольников ABC и MNK .
3. Треугольники, приведенные на рисунке, равны. Какой угол треугольника ABC равен углу F треугольника DEF ?



4. Из отрезков, приведенных на рисунке: $AB = AD$, $AC = AK$ и $\angle BAK = \angle CAD$. Запиши те пары равных треугольников, тройки вершин которых расположены в точках A, B, C, K, D .



5. Согласно рисункам, докажи, что:
а) $\triangle ADB = \triangle CDB$; б) $\triangle FKE = \triangle FKL$; в) $\triangle SMN = \triangle NDS$.



6 Точка E - это серединная точка стороны BC четырехугольника $ABCD$. $AE = ED$, $\angle AEB = \angle CED$, $CD = 3$ см. Найди длину стороны AB .

7 Отрезки AB и CD разделены посередине точкой пересечения. $\angle CAB = 45^\circ$. Найди величину $\angle ABD$.

8 Отрезки равной длины MN и KT пересекаются в точке O так, что $MO = OT$. Найди длину отрезка NT , если $MK = 9$ дм.

9 В треугольнике ABD проведена медиана BD . Точка E на луче BD взята так, что $BD = DE$. $AE = 8$ см. Какова длина отрезка BC ?

10 Из точки пересечения двух взаимно перпендикулярных прямых O отложены равные отрезки OA , OB , OC и OD . $BC = 12$ см. Найди длину отрезка AB , размеры $\angle ADO$ и $\angle BCD$.

11 На сторонах угла A отмерены равные отрезки AM и AN . Точка D биссектрисы этого угла соединена с точками M и N . $DM = 12$ см. Вычисли DN .

12 На основании BC равнобедренного $\triangle ABC$ отмерены два равных отрезка BM и NC . $AN = 11$ см. Вычислить AM .

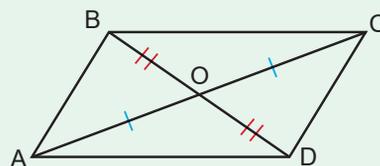
13 На основании BC равнобедренного $\triangle ABC$ отмерены два равных отрезка BM и NC . $\angle AMN = 56^\circ$. Вычисли $\angle MNA$.

14 В четырехугольнике $ABCD$ $BC=AD=12$ см. $\angle ACB = \angle CAD$, $AB=10$ см. Найди периметр четырехугольника $ABCD$.

15 Точка пересечения S отрезков AK и BD делит каждый из них посередине. Периметр треугольника CDK равен 12 сантиметрам. Также известно, что длины сторон $\triangle ABC$ представлены натуральными числами. Вычисли длины сторон треугольника CDK (рассмотри все возможные случаи).

16 Докажи, что если медиана и высота, проведенные из какой-нибудь вершины треугольника совпадают, то этот треугольник равнобедренный.

17 На рисунке показан четырехугольник $ABCD$. $BO = OD$, $AO = OC$. Назови равные треугольники, изображенные на рисунке. Обоснуй их равенство.



18 Два пешехода идут в одном направлении. Пешеход впереди движется со скоростью 4 км/ч, а идущий позади - 6 км/ч. Одного из пешеходов сопровождает собака, которая начала бегать между ними со скоростью 15 км/ч, когда расстояние между ними составляло 8 км, и продолжала бегать, пока пешеход сзади не догнал впереди идущего. Какое расстояние пробежала собака в общей сложности?

2.11 Второй признак равенства треугольников

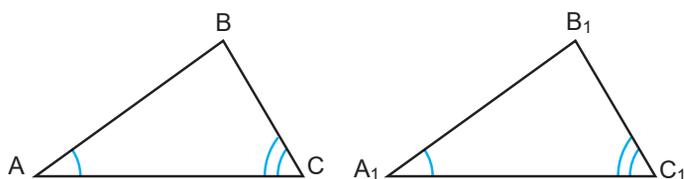


Овладеть навыками нахождения равных треугольников по стороне и двум прилежащим углам.

Второй признак равенства треугольников заключается в следующем:

Если сторона и два угла, прилежащих к этой стороне одного треугольника, равны стороне и двум углам, прилежащих к этой стороне другого треугольника, то эти треугольники равны.

Доказательство:



Дано.: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, $AC = A_1C_1$,
 $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$.
НД.: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Наложим треугольник $A_1B_1C_1$ на треугольник ABC так, чтобы сторона A_1C_1 совместилась со стороной AC (это возможно, потому что $AC = A_1C_1$), луч A_1B_1 совместился с лучом AB , а луч A_1C_1 – с лучом C (это возможно, потому что $\angle A = \angle A_1$, и $\angle C = \angle C_1$). Тогда точка B_1 совпадет с точкой B , и данные треугольники будут совмещены друг с другом, потому что все три их вершины будут совмещены, что мы и хотели доказать.

Ответ на вопросы:

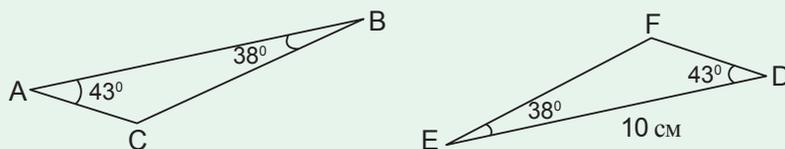
1. Каков второй признак равенства треугольников?
2. Можно ли во втором признаке равенства треугольников изменить слова «два угла, прилежащие к этой стороне» на «два угла»?
3. Достаточно ли для равенства равнобедренных треугольников, равенства оснований и их противолежащих углов?

Упражнения

1 Равны ли два треугольника, у которых равны:

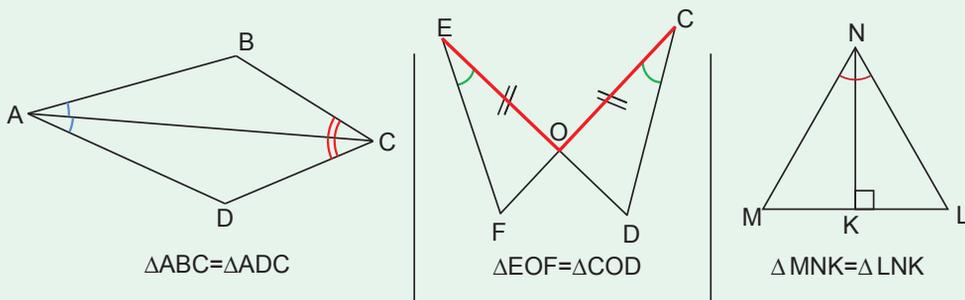
- а) две стороны и один угол?
- б) три угла и одна сторона?
- в) сторона и ее противолежащий угол?

2 Восстановите данные какого-либо элемента приведенного на рисунке треугольника ABC так, чтобы получить равные треугольники ABC и EFD .



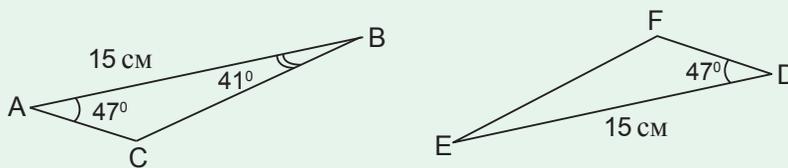
3

Согласно чертежам, докажите, что:



4

Восстанови данные какого-либо элемента приведенного на рисунке треугольника DEF так, чтобы получить равные треугольники ABC и DEF.

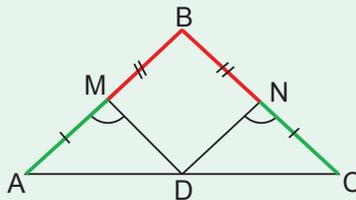


5

$\triangle ABC$ $AB = BC$. Точки D и M взяты на стороне AC, так что $\angle ABD = \angle CBM$. Назови равные треугольники, полученные на чертеже.

6

На основании чертежа обоснуй, что $\triangle AMD = \triangle CND$.



7

Дан четырехугольник ABCD, площадь $\triangle ABD$ равна 20 см^2 , $\angle ADB = \angle CBD$, $\angle ABD = \angle CBD$. Вычисли площадь четырехугольника ABCD.

8

Точки B и C лежат в одной полуплоскости относительно отрезка AD так, что $\angle BAD = \angle CDA$, $\angle BAC = \angle CDB$, найди длины отрезков AC и CD, если $AB = 10 \text{ см}$ и $BD = 12 \text{ см}$.

9

Отрезки AD и BC пересекаются в точке O. Углы ACO и BDO равны, $OC = OD$. Докажи, что $\triangle CAD = \triangle CBD$.

10

Даны два равнобедренных треугольника с равными боковыми сторонами. Достаточно ли для установления равенства этих треугольников:

- равенства одного острого угла?
- равенства тупого угла?

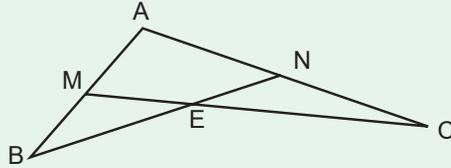
11

Докажи, что в равнобедренном треугольнике:

- а) медианы боковых сторон равны;
- б) высоты, опущенные на боковые стороны (или на их продолжения), равны;
- в) биссектрисы углов при основании равны.

12

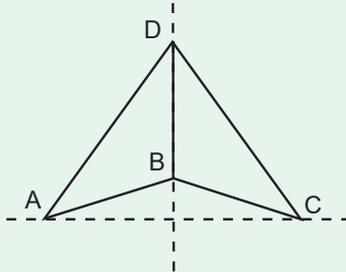
Дано $AM = AN$, $\angle AME = \angle ANE$. Докажи, что $\triangle ACM = \triangle ABN$.



13

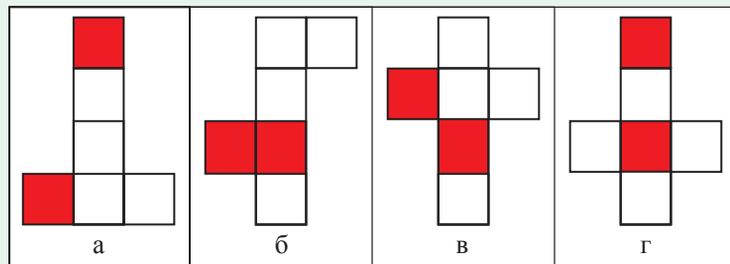
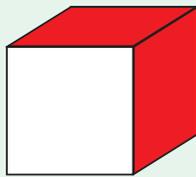
На чертеже дано, что $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$.

Докажи, что: а) $\triangle ADB = \triangle CDB$; б) $BD \perp AC$.



14

Две соседние грани куба окрашены в красный цвет. Какая из представленных разверток не является разверткой этого куба?



2.12 Третий признак равенства треугольников

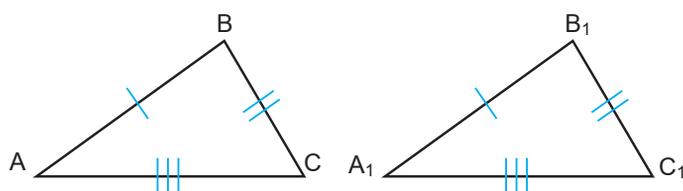


Изучить третий признак равенства треугольников и уметь использовать его для решения задач.

Третий признак равенства треугольников заключается в следующем:

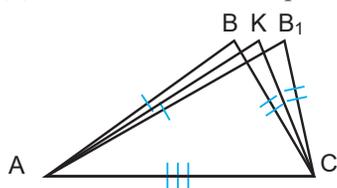
Если три стороны одного треугольника равны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники равны.

Доказательство:



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$,
 $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $BC=B_1C_1$.
Н.Д.: $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$.

Наложим треугольник $A_1B_1C_1$ на треугольник ABC так, чтобы точка A_1 совпала с точкой A , точка C_1 - с точкой C . Достаточно показать, что точка B_1 совмещается с точкой B . Действительно, если предположим, что точка B_1 не совпадает с точкой B и в равнобедренных



треугольниках ABB_1 и VCB_1 проведем медианы AK и $СК$, они также будут высотами этих треугольников. Получится, что два различных перпендикуляра проведены из одной и той же точки K отрезка BB_1 , что невозможно. То есть, точка B_1 совместилась с точкой B , или $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Что мы и хотели доказать.

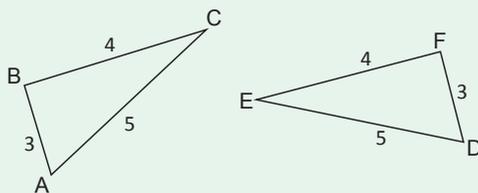
Ответ на вопросы:

1. Каков третий признак равенства треугольников?
2. Достаточно ли для равенства равнобедренных треугольников равенства двух их сторон?

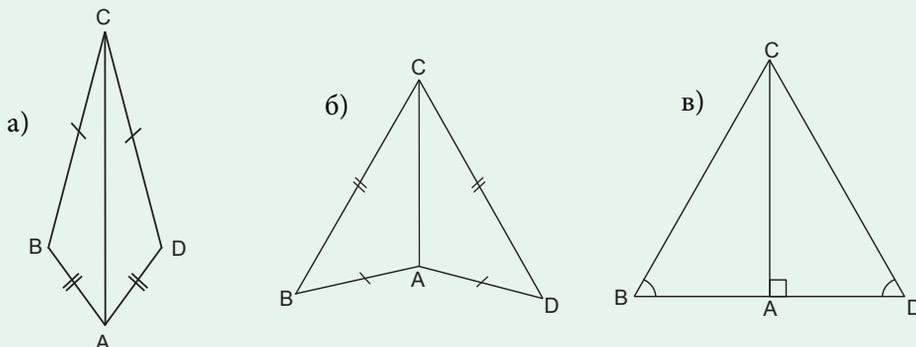
Упражнения

1

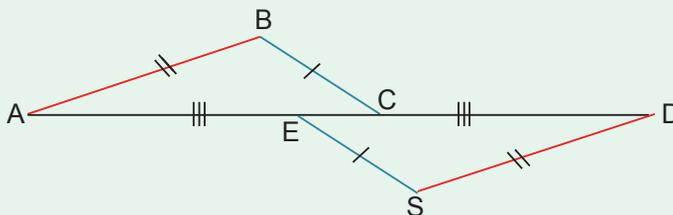
Согласно диаграмме определи, какой угол треугольника DEF равен углу C треугольника ABC .



2 Согласно чертежу обоснуй равенство треугольников ABC и ADC .



3 Согласно чертежу обоснуй, что $\triangle ABC = \triangle DSE$.



4 В четырехугольнике $ABCD$ $AB = CD$, $BC = AD$. $\angle B = 130^\circ$. Найди величину $\angle D$.

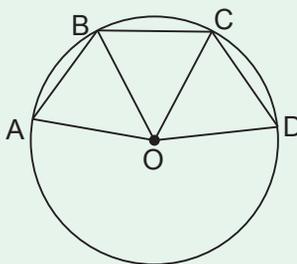
5 В четырехугольнике $ABCD$ $AB = CD$ и $AC = BD$. Докажи, что $\triangle ABD = \triangle DCA$.

6 В четырехугольнике $ABCD$ $AB = AD$, $BC = DC$, $\angle B = 37^\circ$. Найди $\angle D$.

7 В четырехугольнике $ABCD$ $BC = AD$, $\angle BAD + \angle BCD = 170^\circ$. Найди $\angle BCD$.

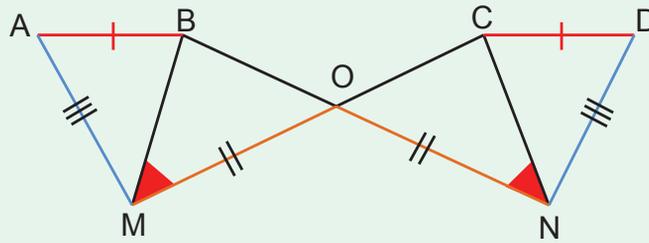
8 Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ имеют по две равные стороны, и с этих сторон на соответствующие стороны проведены медианы. Докажи, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

9 Отрезки AB , BC и CD , приведенные на чертеже, равны. $\angle BOC = 52^\circ$. Чему равен $\angle AOD$?



10

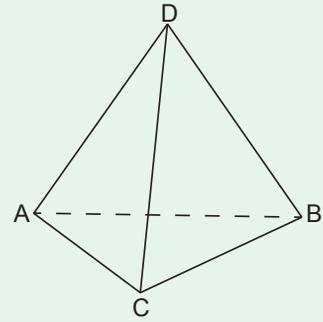
Дано $MO=ON$, $AM=CD$, $\angle BMO=\angle CNO$. Докажи, что $\triangle ABM = \triangle DCN$



11

На чертеже дана треугольная пирамида с вершинами А, В, С, D. Докажи, что все грани пирамиды равны, если выполняются следующие условия:

- $AB=CD$, $AC=BD$, $AD=BC$;
- $AB=CD$, $AC=BD$, $\angle ABD=\angle BDC$;
- $AB=CD$, $\angle ABD=\angle CAD$, $\angle DAB=\angle ABC$.



12

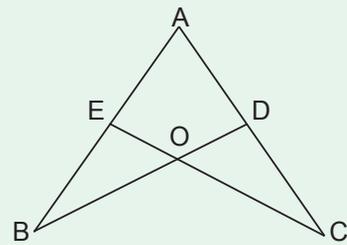
Дано ABC и $A_1B_1C_1$. $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$ и AM медиана равна A_1M_1 медиане. Докажи, что $ABC = A_1B_1C_1$

13

Дан четырехугольник $ABCD$. Известно, что $AB=AD$, $BC=DC$. Докажи, что AC является биссектрисой угла BAD .

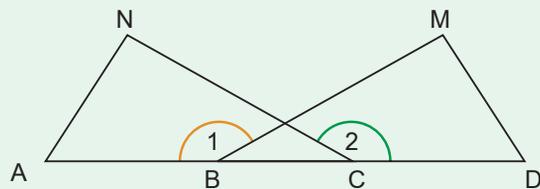
14

На чертеже $AB=AC$, $AE=AD$. Докажи, что $BD=CE$.



15

Дано $AB=CD$, $AN=MD$, $NC=BM$. Обоснуй, что $\angle 1 = \angle 2$.



16

Докажи, что если биссектриса и высота, проведенные из какой-нибудь вершины, совпадают, то этот треугольник равнобедренный.



Проект (исследовательского характера)

Признаки равенства треугольников

Вопрос: Кроме трех основных признаков равенства треугольников, по каким другим признакам можно установить равенство треугольников?

2.13 Признаки равенства прямоугольных треугольников



Цель

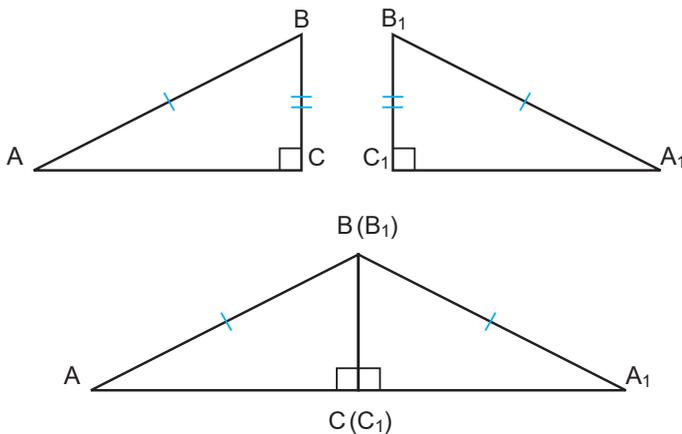
Изучить признаки равенства прямоугольных треугольников и овладеть навыками их использования при решении задач.

Как видим, для равенства двух треугольников достаточно равенства их трех определенных элементов. Если эти два треугольника прямоугольные, то их прямые углы и так равны, поэтому, исходя из равенства одного острого угла, мы можем сделать вывод, что и остальные углы равны. Поэтому, согласно второму признаку равенства треугольников, мы получаем следующий признак равенства прямоугольных треугольников:

Если гипотенуза одного прямоугольного треугольника и острый угол или катет и противолежащий острый угол, или катет и прилежащий острый угол равны соответствующим элементам второго прямоугольного треугольника, то эти треугольники равны.

Для равенства прямоугольных треугольников достаточно равенства гипотенузы и одного катета, а именно:

Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то эти треугольники равны.



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$,
 $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$,
 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$.
Н.Д.: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Согласно третьему признаку равенства треугольников достаточно показать, что $AC = A_1C_1$. Совместим друг с другом катеты BC и B_1C_1 , как показано на чертеже. Полученный треугольник ABA_1 равнобедренный. В этом треу-

гольнике отрезок BC - это высота, опущенная на основание AA_1 , поэтому она также является медианой. То есть $AC = A_1C_1$, что мы и хотели доказать.

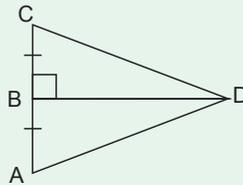
Ответ на вопросы:

1. Какой из признаков равенства треугольников был использован для доказательства в этом параграфе?
2. Достаточно ли для равенства прямоугольных треугольников равенства их катетов?
3. Достаточно ли для равенства прямоугольных треугольников равенства их гипотенуз?

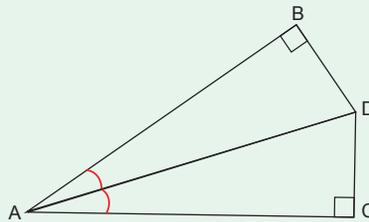
Упражнения

1 Бумажный квадрат $ABCD$ сложили по диагонали AC . Объясни, почему вершины B и D совпали друг с другом.

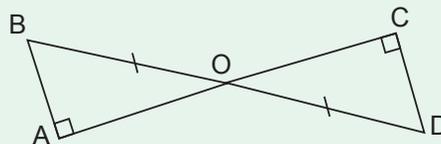
2 Согласно чертежу докажи, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.



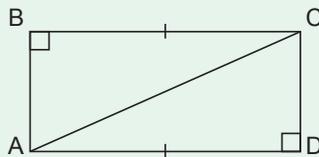
3 Согласно чертежу докажи, что $\triangle ABD = \triangle ACD$.



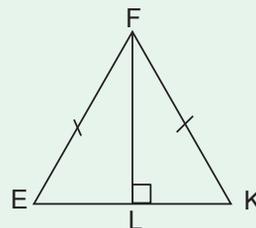
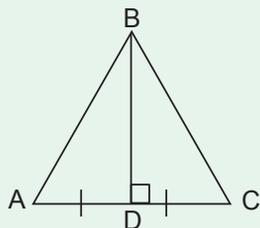
4 Согласно чертежу докажи, что $AB = CD$.



5 Согласно чертежу докажи, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.



6 Согласно чертежу докажи, что: а) $\triangle ABD = \triangle CBD$; б) $\triangle EFL = \triangle KFL$.



7 Докажи, что если две высоты треугольника равны, то этот треугольник равнобедренный.

8 Высоты, опущенные на стороны AB и BC треугольника ABC , равны. $AB = 8$ дм, $AC = 5$ дм. Вычисли периметр треугольника ABC .

9 Докажи, что каждая точка серединного перпендикуляра медианы отрезка равноудалена от концов отрезка.

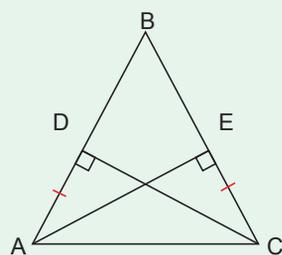
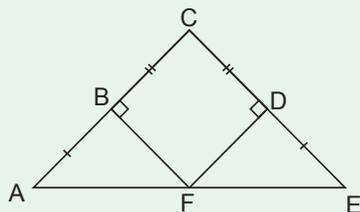
10 Докажи, что каждая точка биссектрисы угла равноудалена от сторон угла.

11 Точка M , взятая на биссектрисе угла ABC находится на расстоянии 1 см от стороны BA . На каком расстоянии находится точка M от стороны BC ?

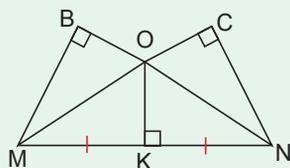
12 Даны взаимно перпендикулярные отрезки: AB и CD . $AD = AC$, $CB = 5$ см. Чему равен DB ?

13 Согласно чертежу найди длину AE , если $DC = 7$ см.

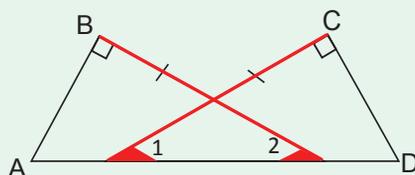
14 Найди на чертеже равные треугольники.



15 Согласно чертежу докажи, что $\triangle MBO = \triangle NCO$.



16 Согласно чертежу найди CD , если $AB = 24$ см.



17 Докажи, что в треугольнике стороны, противолежащие равным углам, равны.

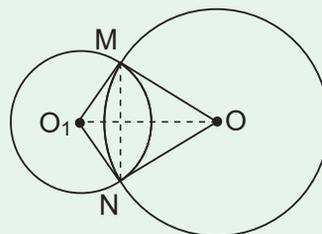
Подсказка: из вершины третьего угла проведи высоту треугольника

18 Докажи, что если биссектриса, проведенная из одной вершины треугольника, совпадает с медианой, то этот треугольник равнобедренный.

19 Медиана AM перпендикулярна биссектрисе BL треугольника ABC . $AB = 2$ см. Найди BC .

20 На основании чертежей докажи, что:

- а) $\triangle MOO_1 = \triangle NOO_1$;
- б) $\angle OMO_1 = \angle ONO_1$;
- в) $OO_1 \perp MN$;
- г) Назови общую ось симметрии окружностей O и O_1 .

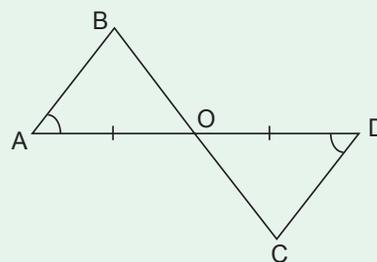


21 Докажи, что медиана гипотенузы в прямоугольном треугольнике равна половине гипотенузы.

22 В точке O , взятой на стороне AB треугольника ABC проведен перпендикуляр, который делит сторону AC в точке F так, что $\angle OFA = \angle OFB = 30^\circ$ и $BF = 30$ см. Найди периметр треугольника ABF .

23 Выбери правильный ответ по чертежу: $\triangle AOB = \triangle COD$ согласно

- а) 1-му признаку равенства треугольников;
- б) 2-му признаку равенства треугольников;
- в) 3-му признаку равенства треугольников.



24 Вычисли углы треугольника, полученного путем соединения серединных точек равностороннего треугольника.

25 В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 47^\circ$. Из точки C на гипотенузу опущен перпендикуляр CF . Найди $\angle FCB$.

26 Вершины треугольника ABC расположены на окружности. AC - это диаметр круга. $AB = 12$ дм, $\angle ACB = 30^\circ$. Каково расстояние от точки B до центра круга?

Ну-ка, попробуй!

Прямая, проведенная через вершину A треугольника ABC , перпендикулярна к медиане CM и делит ее на две равные части. Найди $AC:AB$.

2.14 Построение треугольника



Овладеть навыками построения треугольника в соответствии с тремя заданными элементами.

Треугольник имеет три угла и три стороны. Из этих шести элементов некоторых трех элементов достаточно, чтобы восстановить весь треугольник. Эти элементы:

1. Две стороны и угол между ними;
2. Сторона и два прилежащих к ней угла;
3. Три стороны.

Задача 1. Даны два отрезка длиной a и b и угол величиной α (рис. 1). Используя циркуль и линейку, построим треугольник, длина двух сторон которого равны a и b , а величина угла между ними будет равна α .

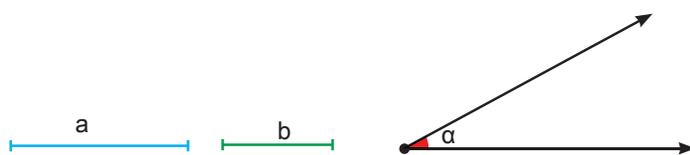
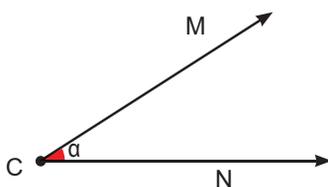


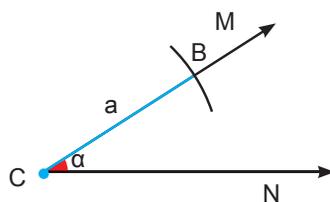
Рис. 1

Решение.

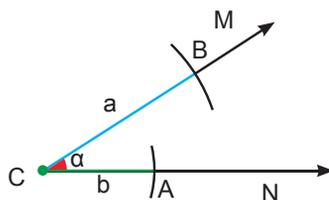
Этап I. Построить угол, равный заданному углу $\angle MCN$ (Задача 5 параграфа 2.6).



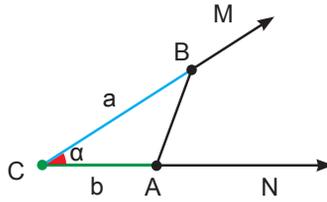
Этап II. Построить отрезок CB длиной a на луче CM .



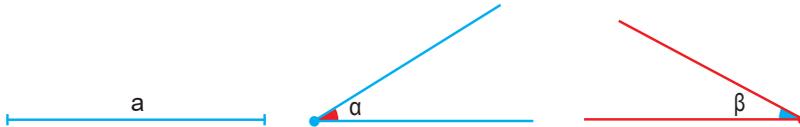
Этап III. Построить отрезок CA длиной b на луче C .



Этап IV. Соединим точки A и B в отрезок. Полученный $\triangle ABC$ является искомым треугольником.

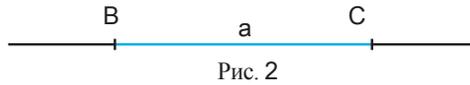


Задача 2. Дан отрезок длиной a и два угла величины α и β (рис. 2). Используя циркуль и линейку, построим треугольник, длина стороны которого равна a , а два прилежащих к ней угла - α и β .

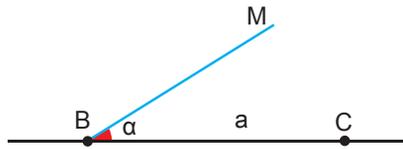


Решение.

Этап I. Проведем прямую и отмерим на ней отрезок BC длиной a .

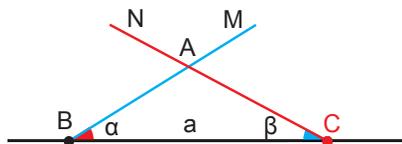


Этап II. Построим угол CBM величины α .

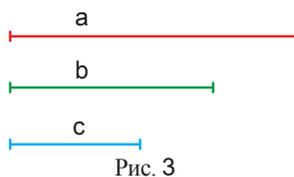


Этап III. Построим угол BCN величины β . Точку пересечения лучей BM и CN обозначим буквой A.

Полученный $\triangle ABC$ является искомым треугольником.



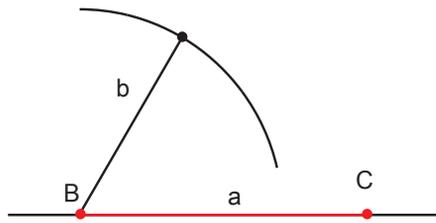
Задача 3. Даны три отрезка длиной a , b и c . Используя циркуль и линейку, построим треугольник, стороны которого имеют длину a , b и c .



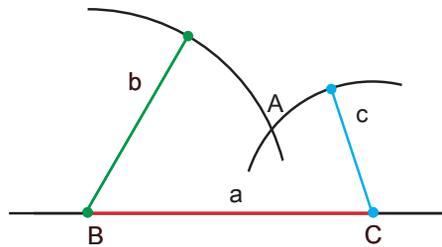
Решение. Этап I. Проведем прямую и отмерим на ней отрезок BC длиной a .



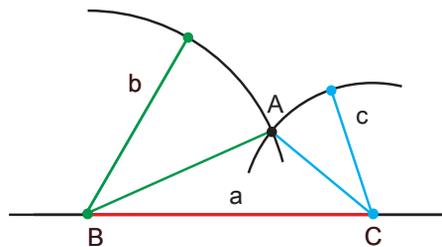
Этап II. Начертим дугу радиусом b и с центром в точке B .



Этап III. Начертим дугу радиусом c и с центром в точке C . Точку пересечения дуг обозначим точкой A .



Этап IV. Соединим точки A , B и C . Полученный $\triangle ABC$ является искомым треугольником..

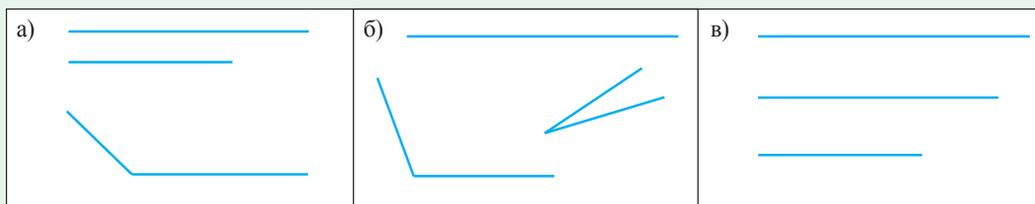


Ответ на вопросы:

1. Как построить треугольник с заданными двумя сторонами и углом?
2. Как построить треугольник с заданной стороной и двумя прилежащими к ней углами?
3. Как мы строим треугольник с заданными тремя сторонами?
4. Имеет ли решение задача 2 при любых значениях α и β ?
5. Имеет ли решение задача 3 при любых значениях a , b и c ?

Упражнения

- 1 Используя циркуль и линейку, построй треугольники в соответствии с заданными элементами:



- 2 Можно ли построить треугольник по заданной стороне и двум углам величины α и β , если:

а) $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 110^\circ$? б) $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 80^\circ$?

- 3 Построй треугольник со сторонами a , b и c , если:

а) $a = 3$ см, $b = 3$ см, $c = 5$ см? б) $a = 7$ см, $b = 11$ см, $c = 2$ см?

- 4 Построй треугольник ABC, если:

а) $AB = 5$ см, $AC = 8$ см и $\angle BAC = 60^\circ$;
б) $AB = 3$ см, $BC = 4$ см и $\angle ABC = 120^\circ$.

- 5 Построй треугольник ABC, если:

а) $AB = 6$ см, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 100^\circ$;
б) $AB = 4$ см, $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ABC = 80^\circ$.

- 6 Построй треугольник MNQ, если:

а) $MN = 3$ см, $NQ = 4$ см, $MQ = 5$ см;
б) $MN = 4$ см, $NQ = 6$ см, $MQ = 5$ см.

- 7 Построй равносторонний треугольник с длиной стороны 6 см.

- 8 Построй равнобедренный треугольник, длина двух сторон которого:

а) 7 см и 3 см; б) 6 см и 8 см (рассмотри все возможные случаи).

- 9 Построй равнобедренный треугольник, боковые стороны которого имеют длину 10 см, а величина одного из углов: а) 90° , б) 30° (рассмотри все возможные случаи).

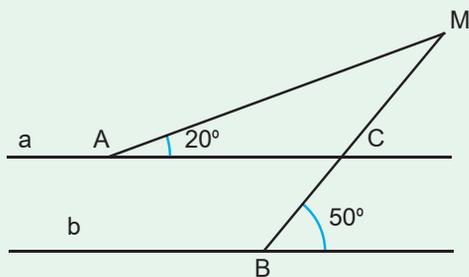
- 10 Ника и Лаша выполнили одно из трех построений, описанных в параграфе, с одними и теми же данными. Треугольники, которые они построили, не были равны друг другу.

Что из перечисленного невозможно:

- а) Ника выполнил построение неправильно;
б) Лаша выполнил построение неправильно;
в) оба выполнили построение неправильно;
г) оба выполнили построение правильно.

11

На чертеже прямые a и b параллельны. Вычисли величину угла AMC в соответствии с заданными углами.



12

Сколько раз в течение одного часа часы кукуют «Ку-ку»? (Обрати внимание, что кукушка столько раз кукует «Ку-ку», сколько сейчас часов).



Ну-ка, попробуй!

1. Раздели на шесть детей поровну а) пять, б) семь хачапури так, чтобы ни один из хачапури не был разрезан на шесть частей.
2. Раздай десятерым детям по а) семь, б) девять листов тетради так, чтобы ни один лист не был разрезан на десять частей.

Это интересно!

Существует метод быстрого возведения в квадрат двузначного числа, заканчивающегося на 5. Для этого нужно умножить цифру десятков этого числа на цифру, которая на 1 больше, и справа от полученного произведения приписать 25.

Например,

$$75^2 = \underset{7 \cdot 8}{56}25 \quad \text{и} \quad 25^2 = \underset{2 \cdot 3}{6}25.$$

- а) Почему это происходит?
- б) Верно ли это правило для трехзначных чисел?
Обоснуй свою точку зрения примером.

2.15 Хорда и касательная окружности



Цель

Овладеть навыками использования свойств хорды и касательной окружности.

Отрезок, два конца которого расположены на окружности, называется **хордой**. На рисунке 1 показаны хорды AB и CD . Хорда CD проходит через центр круга и одновременно является **диаметром** окружности.

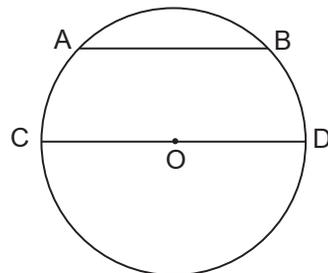


Рис.1

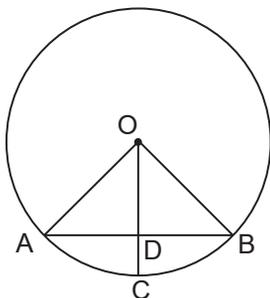


Рис.2

Дано: $OC \perp AB$

Н.Д.: $AD = DB$

Доказательство:

Треугольник AOB равнобедренный, поскольку $AO = OB$. OD - высота этого треугольника, опущенная на основание AB , поэтому это также и медиана, или $AD = DB$, что мы и хотели доказать.

Аналогично будет доказано и обратное утверждение:

Теорема 2. Если радиус делит хорду пополю, то он перпендикулярен хорде. (Используй 2-й рисунок и докажи самостоятельно).

Теорема 3. Равные дуги стягиваются равными хордами.

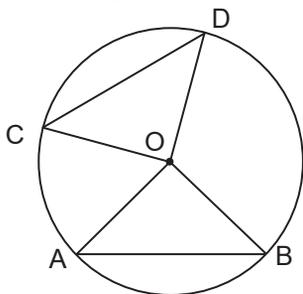


Рис.3

Дано: $AB = CD$

Н.Д.: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

Доказательство:

Рассмотрим треугольники AOB и COD . Оба эти треугольника равнобедренные, причем $AO = OB = OC = OD$, потому что все четыре отрезка являются радиусом данной окружности. $AB = CD$ согласно данным. Согласно третьему признаку равенства треугольников $\triangle AOB = \triangle COD$. Из этого мы заключаем, что $\angle AOB = \angle COD$. Но эти углы являются центральными углами окружности, и их градусные меры равны градусным мерам дуг AB и CD . То есть $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$, что мы и хотели доказать.

Прямая, имеющая одну общую точку с окружностью, называется **касательной** прямой.

Данная на чертеже 4 прямая является касательной, потому что она имеет одну общую точку A с окружностью.

Теорема 4. Радиус, проведенный через точку касания, перпендикулярен касательной.

Доказательство. Кратчайшее расстояние от центра O до прямой a равно длине отрезка OA , потому что любой другой конец B (например, отрезка OB) находится за пределами прямой. С другой стороны, кратчайшее расстояние от точки до прямой равно длине перпендикулярного отрезка, опущенного из этой точки до прямой. То есть $OA \perp a$, что мы и хотели доказать.

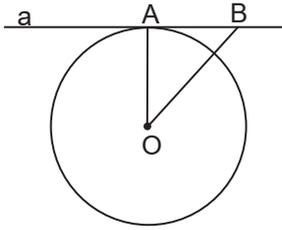


Рис. 4

Теорема 5. Отрезки касательных, проведенных из точки вне круга к окружности, концы которых - данная точка и точки касания с окружностью, равны. (рис. 5).

Дано: AB и AC являются касательными.

Н.Д.: $AB = AC$.

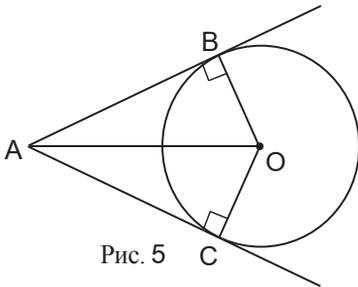


Рис. 5

Доказательство. Начертим радиусы окружности OB и OC . Согласно теореме 4 треугольники ABO и ACO являются прямоугольными треугольниками. Эти треугольники имеют общую гипотенузу AO , а катеты OB и OC равны. По признаку равенства прямоугольных треугольников мы заключаем, что эти треугольники равны, поэтому остальные их катеты, или $AB = AC$, равны, что мы и хотели доказать.

Окружность, которая касается обеих сторон угла, называется **вписанной в угол окружностью**. Используйте 5-й рисунок и докажите самостоятельно:

Теорема 6. Центр вписанной в угол окружности расположен на биссектрисе этого угла.

Ответ на вопросы:

1. Какой отрезок называется касательной к окружности?
2. Как называется самая большая хорда окружности?
3. Какое свойство имеет радиус, перпендикулярный хорде?
4. Какое свойство имеют равные хорды?
5. Какую прямую называют касательной к окружности?
6. Какое свойство имеют радиус, проведенный через точку касания?
7. Какое свойство имеют касательные, проведенные из одной точки?
8. Где расположен центр вписанной в угол окружности?

Упражнения

1. Длина радиуса окружности составляет 4,5 дм. Вычисли длину самой большой хорды этой окружности.
2. Радиусы окружностей с центрами O_1 и O_2 составляют соответственно 4 см и 5 см. Каково расстояние между точками пересечения этой окружности с отрезком O_1O_2 , если $O_1O_2 = 12$ см?

- 3 Точка А находится на расстоянии 19 см от центра О окружности радиусом 10 см. Найди расстояния от точки А до точек пересечения прямой АО и окружности.
- 4 Точка А находится на расстоянии 9 см от центра О окружности радиусом 10 см. Найди расстояния от точки А до точек пересечения прямой АО и окружности.
- 5 Какова величина угла между хордой и радиусом, проведенным через серединную точку этой хорды?
- 6 Точки А и В расположены на окружности с центром О. $\angle AOB = 30^\circ$. Найди величину угла OAB.
- 7 Точки А и В расположены на окружности с центром О. $\angle BAO = 40^\circ$. Найди величину угла AOB.
- 8 Радиусы OA и OB образуют угол 90° . $AB = 10$ см. Вычисли расстояние от центра окружности до хорды AB.
- 9 Проведенные через концы хорды радиусы образуют угол 90° . Расстояние от центра окружности до этой хорды составляет 10 см. Найди длину хорды.
- 10 Вычисли размеры углов треугольника, образованного хордой, равной радиусу, и радиусами, проведенными через концы хорды.
- 11 Из одной точки окружности проведены две хорды, равные радиусу. Найди величину угла между этими хордами.
- 12 Из точки окружности А проведены две взаимоперпендикулярные хорды AB и AC. Расстояние от центра окружности до хорды AB составляет 5 см, а до хорды AC - 7 см. Найди длины хорд AB и AC.
- 13 Из точки А окружности с центром О проведены хорда AB и касательная AC. $\angle AOB = 40^\circ$. Найди величину угла BAC.
- 14 Найди угол между касательной окружности и равной радиусу хорде, проведенной через точку касания.
- 15 Окружность называется вписанной в треугольник, если она касается всех трех сторон треугольника (рис. 6). Докажи, что центр вписанной в треугольник окружности, является точкой пересечения биссектрис этого треугольника.

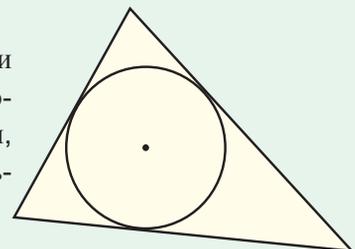


Рис. 6

16

В равнобедренный треугольник ABC вписана окружность (рис. 7), которая касается боковой стороны AB в точке K . $AK = 3,2$ см, $KB = 1,5$ см. Вычисли периметр треугольника ABC .

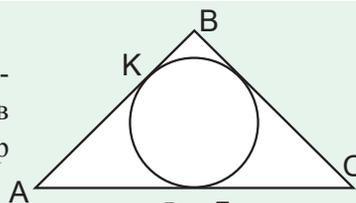


Рис. 7

17

Окружность называется описанной вокруг треугольника, если она проходит через все три вершины треугольника (рис. 8). Докажи, что центр описанной вокруг треугольника окружности, является точкой пересечения серединных перпендикуляров сторон этого треугольника.

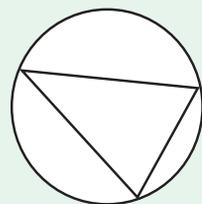


Рис. 8

18

В круге с центром O проведен диаметр AB и хорды AC и BC (рис. 9). Докажи, что угол ACB прямой.

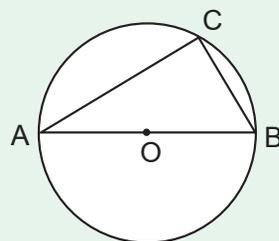


Рис. 9

19

Начерти две окружности с центрами O_1 и O_2 и радиусами R и r , для которых выполняется условие:

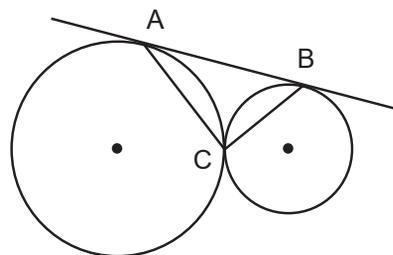
- а) $O_1O_2 = R + r$; б) $O_1O_2 > R + r$;
в) $R - r < O_1O_2 < R + r$; г) $O_1O_2 = R - r$

20

На отрезке AB взята точка C . $AC = 6$ см. Известно, что отрезки AB и CB являются диаметрами окружностей. Найди расстояние между центрами этих окружностей.

Ну-ка, попробуй!

1. Две окружности касаются друг друга в точке C . Точки A и B являются точками касания с общей касательной этих окружностей AB . Вычисли величину угла ACB .



2. Для корма 5 курам нужно 5 кг кукурузы на 5 дней, а 4 индюшкам - 4 кг кукурузы на 4 дня. На сколько дней хватит 62 кг кукурузы 4 курам и 3 индейкам?

3. Для каждого натурального числа n произведение первых n натуральных чисел обозначается как $n!$ ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$). Существует ли натуральное число k , для которого сумма $1! + 2! + 3! + \dots + k!$ кратна 5?

2.16 Практические задачи

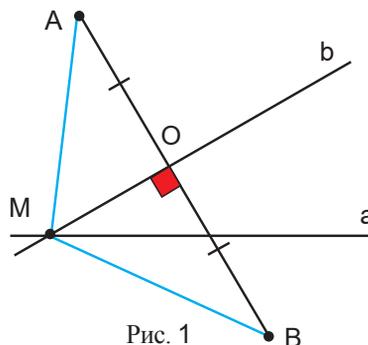


Овладеть навыками использования геометрии для решения практических задач.

Основываясь на материале, изученном в этой главе, мы можем решить несколько интересных практических задач.

Задание 1. Где должна быть остановка автобуса, чтобы расстояния до остановки от двух, расположенных возле автомагистрали деревень, были равными?

Решение. Чтобы сформулировать эту задачу на математическом языке, представим автомагистраль в виде прямой a , а деревни - точками A и B (Рис. 1).



Задача заключается в следующем:

Найти точку на заданной прямой a , которая равно удалена от заданных точек A и B .

Предположим, что искомая точка - это M . Сформулируем условия, которым должна удовлетворять точка M .

- Точка M должна принадлежать прямой a .
- Точка M должна быть равномерно удалена от точек A и B .

Соединим точки A и B отрезком. В серединной точке отрезка AB проведем перпендикулярную этому отрезку прямую b . Точка пересечения прямых a и b является искомой точкой M . Действительно, согласно первому признаку равенства треугольников $\triangle AOM = \triangle BOM$, следовательно, $AM = BM$.

Задача 2. Трое соседей должны вырыть колодец в таком месте, чтобы он был равноудален от каждого дома. Где нужно вырыть колодец?

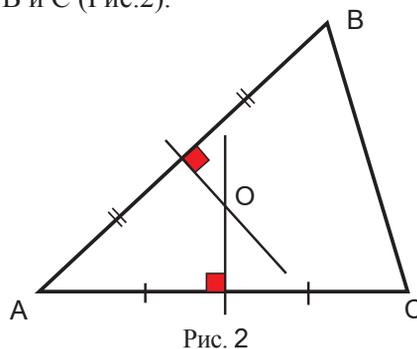
Решение. Задача может быть представлена следующим образом:

Найти точку, которая равноудалена от заданных точек A , B и C (Рис.2).

Проведем отрезки AB и AC и их серединные перпендикуляры. Точка пересечения этих серединных перпендикуляров и будет точкой поиска.

Действительно, $AO = OB$, потому что точка O лежит на серединном перпендикуляре отрезка AB , в то же время $AO = OC$, потому что точка O лежит на серединном перпендикуляре отрезка AC . Мы получили: $AO = OB = OC$.

Используя геометрию, мы можем вычислить расстояние между недоступными объектами.



Задача 3. На одной стороне озера находится турбаза, а на другой - спортивная площадка. Как измерить расстояние между ними?

Решение. На чертеже 3 замкнутой линией изображено озеро. Нам нужно рассчитать расстояние между точками А и В.

Для решения задачи используем осевую симметрию. Рядом с озером проведем прямую так, чтобы на нее можно было опустить перпендикуляры из точек А и В. Относительно оси MN построим точки A_1 и B_1 , симметричные точкам А и В. Длина отрезка A_1B_1 будет искомым расстоянием.

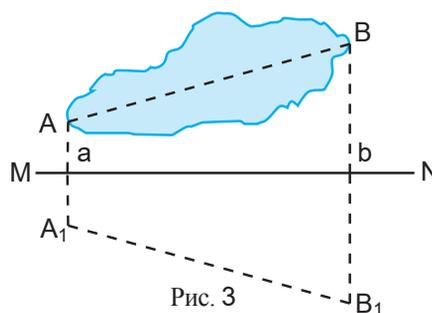


Рис. 3

Задача 4. Как измерить ширину реки?

Решение. На другой стороне реки выберем какой-либо предмет (точка В на рисунке 4), который хорошо виден из точки А, в которой мы находимся, и проведем перпендикуляр к прямой АВ. На этом перпендикуляре отмерим равные отрезки АС и CD. Из точки D проведем прямую, перпендикулярную AD и отметим на ней точку Е так, чтобы точки Е, С и В лежали на одной прямой. Тогда длина полученного отрезка DE будет равна ширине реки.

Действительно, согласно второму признаку равенства треугольников, $\triangle BAC = \triangle EDC$, поэтому $AB = ED$.

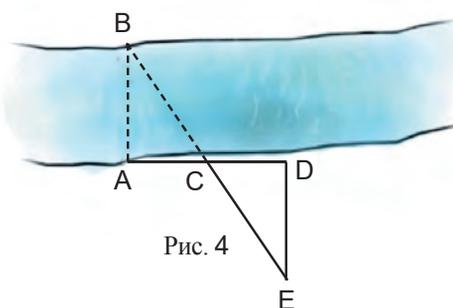


Рис. 4

Ответ на вопросы:

1. На каком геометрическом факте основывается решение задачи 1?
2. Согласно рисунку 2, через какие точки пройдет окружность с центром О и радиусом ОА?
3. Для какого расположения домов у задачи 2 не будет решения?
4. На каком свойстве осевой симметрии основано решение задачи 3?
5. Можем ли мы способом, описанным в задаче 3, определить размеры озера?

Упражнения

- 1 Где должна проходить автомагистраль, чтобы расстояния от двух населенных пунктов, расположенных по разные стороны от нее, до автомагистрали были равны?
- 2 Рассмотрим «Задачу 2» параграфа, в случае четырех соседей. Рассмотрим случаи, когда:
 - а) задача имеет решение;
 - б) задача не имеет решения

3 Пункты А, В и С расположены так, что пункт А находится к югу от пункта D, а пункты В и С равноудалены от пункта А к востоку и западу. Находятся ли пункты В и С на одинаковом расстоянии от пункта D?

4 Дома А, В и С расположены в вершинах прямоугольного треугольника. Жители этих домов хотят вырыть общий колодец, чтобы расстояния от колодца до домов были равны. Где нужно выкопать колодец?

5 Деревни А и В расположены по-разному по отношению к автомобильной дороге. Рассмотрите различные варианты их расположения и найди место на дороге, от которого расстояния до обеих деревень равны. Эти варианты приведены на рисунке 5. Попробуй решить задачу для каждого варианта. Какой из них не имеет решения? Почему?

6 Чтобы измерить ширину реки, Саба, стоя на ее берегу, использовал свою кепку (рис. 6).

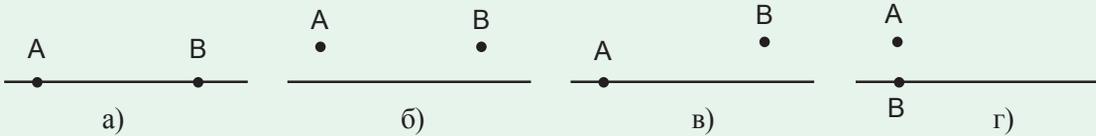


Рис. 5

Объясни, используя рисунок, как он смог это сделать?

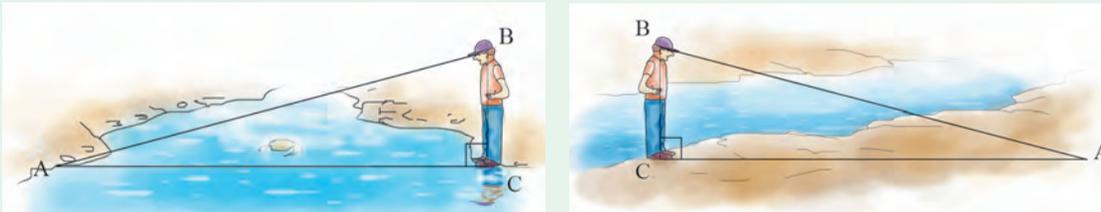


Рис. 6

7 Опиши способ, как определить ширину озера в соответствии с рисунком 7. Этим способом попытайся определить размеры различных объектов (например, школьного здания, сада или какой-либо части сквера, улицы).

8 В сквере, имеющем треугольную форму, должен быть сделан фонтан, который будет равноудален от сторон сквера. Какое место нужно выбрать для фонтана?

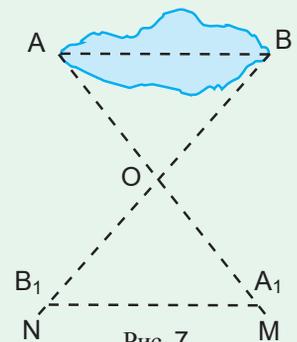


Рис. 7

9 На плане, показанном на рисунке 8, даны дороги a и b и заправочные станции А и В на них. В каком месте должна быть построена столовая, которая будет одинаково удалена как от дорог, так и от обеих станций? Подсказка: используй свойства биссектрисы угла и свойство серединного перпендикуляра отрезка.

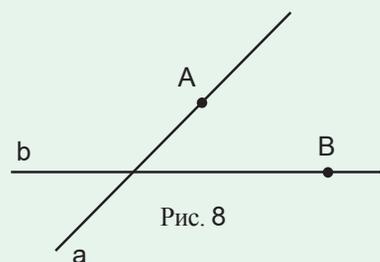


Рис. 8

10

(Задача Фалеса): Египтяне попросили Фалеса вычислить высоту самой высокой пирамиды. Фалес воткнул палку вертикально в землю и сказал: «Когда тень станет равна длине палки, тогда тень пирамиды будет равна высоте пирамиды». Попробуй определить высоту дерева, здания или другого объекта, используя метод Фалеса.



11

Найди точку на стороне AB угла ABC , которая будет находиться на расстоянии m от стороны BC , если: а) $\angle ABC = 30^\circ$; б) $\angle ABC = 45^\circ$.

12

Вырази скорость бегуна в км/ч, если он бежит 100 м за 10 секунд.

13

Из пункта A автобус выехал со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут из пункта A в том же направлении выехала машина со скоростью 70 км/ч. Через сколько часов машина догонит автобус?

Как разделить поровну? (Практическая работа)

1. Раздели равнобедренный треугольник на два равных треугольника;
2. Раздели равносторонний треугольник на три равных треугольника;
3. Можно ли любой треугольник разделить на четыре равные части?
4. Какой треугольник можно разделить на 12 равных частей? 16 равных частей?

Возможно ли это?

Сумма величин двух внешних углов, прилежащих к разным вершинам треугольника:
а) равна 180 градусам? б) меньше 180 градусов?

Обзор Главы 2

Что мы узнали в этой главе?

1. Самые простые геометрические фигуры: точка, линия, плоскость;
2. Длина отрезка и ломаной, расстояние между двумя точками;
3. Смежные и вертикальные углы;
4. Перпендикуляр, построение перпендикуляра, свойство серединного перпендикуляра;
5. Биссектриса угла, построение биссектрисы, свойство биссектрисы;
6. Многоугольники, диагонали выпуклого многоугольника;
7. Биссектриса, высота, медиана треугольника;
8. Виды треугольников; отношение сторон и углов треугольника;
9. Углы, полученные при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой;
10. Свойства внутренних и внешних углов треугольника;
11. Свойства равнобедренного треугольника;
12. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки;
13. Признаки равенства треугольников;
14. Свойства хорды и касательной окружности;
15. Использование геометрии в практических задачах.

Ответь на вопросы:

- Что изучает планиметрия?
- Может ли общая часть двух лучей быть точкой? Отрезком? Лучом? Прямой?
- В скольких точках ломаная, состоящая из 3 отрезков, может пересекать саму себя?
- Даны точки А, В и С, $AB + BC = AC$. Является ли АВС ломаной?
- Как построить отрезок, равный данному отрезку?
- В каких единицах измеряется угол?
- Какую фигуру образуют стороны развернутого угла?
- Является ли угол, величина которого 120° , прямым, острым или тупым?
- Какова величина угла, смежного с углом 100° ?
- Какой угол образует с прямой ее перпендикуляр?
- Сколько перпендикуляров можно опустить на данную прямую из данной точки?
- Какой ломаной является граница многоугольника?
- Какой многоугольник называется выпуклым?

- Что называется биссектрисой угла? Биссектрисой треугольника?
- Что такое медиана треугольника? Высота?
- Какой треугольник имеет ось симметрии?
- По каким элементам классифицируется треугольник?
- Каково свойство внутренних односторонних углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей?
- Может ли внешний угол при основании равнобедренного треугольника быть острым? Прямым? Тупым?
- Может ли длина основания равнобедренного треугольника вдвое превышать длину боковой стороны? Длина боковой стороны в два раза превышать длину основания?
- Каковы признаки равенства треугольников?
- Достаточно ли для установления равенства двух прямоугольных треугольников равенства их гипотенузы и одного катета?
- Достаточно ли для установления равенства двух прямоугольных треугольников равенства их гипотенузы и одного острого угла?
- Достаточно ли для установления равенства двух равнобедренных треугольников равенства их боковых сторон?
- Каково свойство точек, лежащих на серединном перпендикуляре отрезка?
- Каково свойство точек, лежащих на биссектрисе угла?
- Каково свойство хорды окружности?
- Каково свойство касательной окружности?
- Как найти точки, равноудаленные от данных объектов?

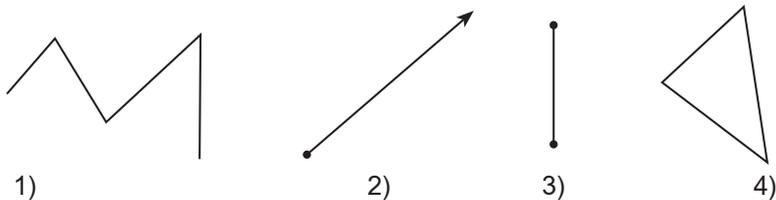
Выберите слово из правого столбца для предложения в левом столбце.

1. В прямоугольном треугольнике сторона, противолежащая прямому углу, называется —.	внешним
2. Сторона, противолежащая острому углу прямоугольного треугольника, называется —.	гипотенузой
3. Длина каждой стороны треугольника — суммы длин двух других сторон и — их разности.	углы
4. Угол, прилегающий к внутреннему углу треугольника, называется — углом треугольника.	больше
5. Отрезок, соединяющий точку середины стороны и противолежащую вершину треугольника, называется — треугольника.	катетом
6. —, при основании равнобедренного треугольника, равны.	меньше
	медианой

Ответ на вопросы:

1. На каком из чертежей изображены:

- а) луч? б) отрезок? в) открытая ломаная г) замкнутая ломаная?
 д) простая ломаная?



2. Какой из углов, показанных на чертежах 1 и 2:

- а) прямой; б) тупой; в) острый; г) развернутый;
 д) смежный углу α ; е) вертикальный $\angle 1$.

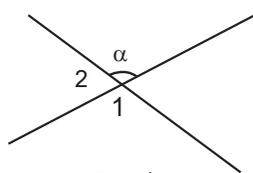


Рис. 1

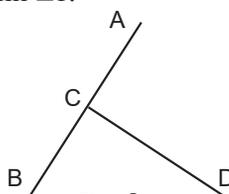
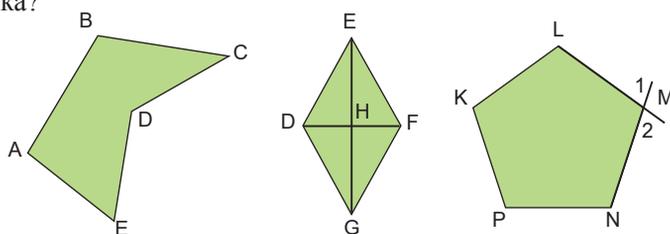
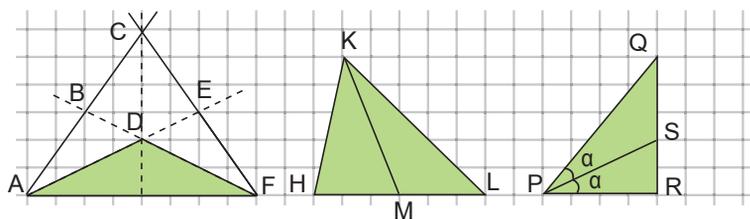


Рис. 2

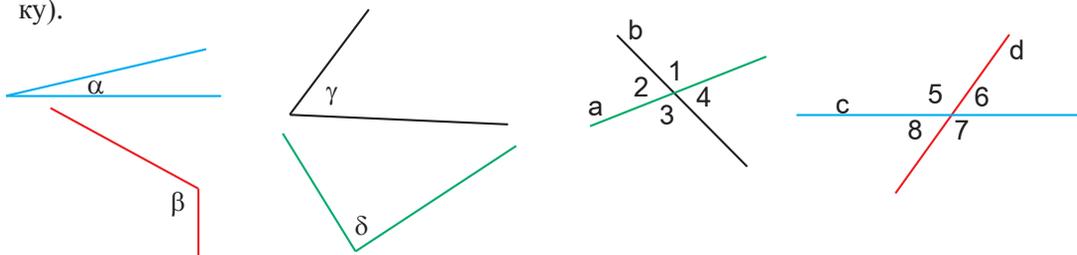
3. Какой из чертежей является: а) выпуклым пятиугольником? б) точкой пересечения диагоналей четырехугольника? в) невыпуклым многоугольником? г) внешним углом многоугольника?



4. В соответствии с чертежом назови: а) медиану; б) биссектрису треугольника; в) высоту треугольника; г) точку пересечения высот или содержащих их прямых.



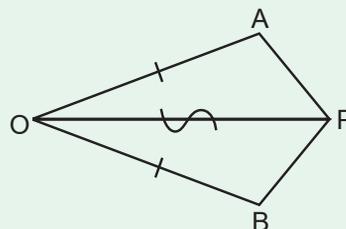
5. Какой размер углов и отрезков, данных на чертеже? (Используй транспортир и линейку).



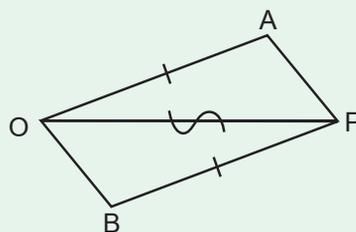
Упражнения

- 1 Длина отрезка AB составляет 2 см, а длина отрезка BC - 3 см. На каком наибольшем и наименьшем расстоянии могут находиться друг от друга точки A и C ?
- 2 В ломаной $ABCD$ $AB = 8$ см, $BC = 1,2$ дм, $CD = 0,16$ м. Какова длина ломаной? Может ли расстояние между концами этой ломаной быть равно 40 см?
- 3 Найди угол, который меньше своего смежного угла на 10° .
- 4 Найди угол, равный половине своего смежного угла.
- 5 Основание D медианы BD , опущенной на сторону AC треугольника ABC , находится на расстоянии 4 см от точки C . Найди длину стороны AC .
- 6 $\angle AOB = 50^\circ$, и $\angle BOC = 20^\circ$. Чему равен угол между их биссектрисами?
- 7 Начерти многоугольник, который имеет 5 диагоналей.
- 8 В треугольнике ABC проведены медианы AD и BE .
а) Отрезок AE на 6 см длиннее отрезка CD . На сколько сантиметров больше длина стороны AC , чем длина стороны BC ?
б) Длина отрезка AE в два раза больше длины отрезка CD . Во сколько раз длина стороны AC больше длины стороны BC ?
- 9 В треугольнике ABC проведена медиана BD . Периметр треугольника ABD на 3 дм больше периметра треугольника BDC . Вычисли, на сколько сантиметров длина стороны AB больше длины стороны BC .
- 10 В $\triangle BCD$ $BD = CD$, $\angle BDC = 38^\circ$, DM - медиана. Вычисли углы BMD и BDM .

- 11 Даны два равных треугольника с общей стороной. Назови равные углы этих треугольников в соответствии с указаниями, приведенными на рисунке.



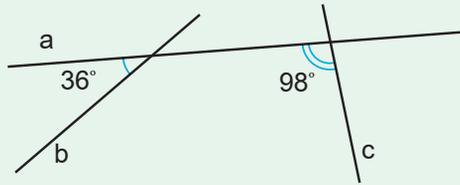
- 12 Каким будет треугольник, у которого величина одного угла равна сумме величин двух других:



- 13 Вычисли величину угла между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника.

14 В треугольнике ABC проведена медиана BD. Периметры треугольников ABD и BCD равны. Докажи, что стороны AB и BC равны.

15 Найди величину угла между прямыми b и c , данными на чертеже.



16 Величины углов выпуклого четырехугольника относятся друг другу, как 3:4:5:6. Вычисли величину наименьшего угла.

17 Ни один из 100 отрезков, составляющих ломаную, не лежит на прямой a . Может ли ломаная пересечь прямую a в 2 точках? В 100 точках? В 101 точке?

18 В определенный момент времени минутная и часовая стрелки образовали друг с другом угол 30° . Какой угол образуют стрелки через 1 час?

19 Для измерения малых углов используют единицы измерения меньше градуса: угловая минута (обозначается знаком $'$) и угловая секунда (обозначается знаком $''$).

В 1 градусе 60 угловых минут, а в 1 угловой минуте - 60 угловых секунд: $1^\circ = 60'$; $1' = 60''$.

а) Сколько угловых градусов составляет $75'$?

б) Сколько угловых секунд $\left(\frac{2}{3}\right)^\circ$?

в) Какова величина угла AOC (рис. 1), если $\angle AOB = 32^\circ 43' 27''$ (32 градуса, 43 минуты и 27 секунд) и $\angle BOC = 11^\circ 18' 33''$?

г) Какова величина угла BOC, если $\angle AOC = 51^\circ$ и $\angle AOB = 12^\circ 25' 12''$?

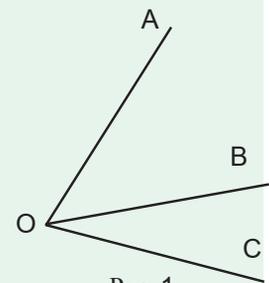


Рис. 1

20 Земля совершает один полный оборот вокруг своей оси за 24 часа.

а) На сколько градусов Земля повернется за 1 час? Через 2 часа и 15 минут?

б) Сколько времени нужно Земле, чтобы повернуться вокруг своей оси на 30 градусов? Повернуться на 65 градусов?

в) На сколько угловых минут Земля повернется за одну минуту?

г) На сколько угловых секунд Земля повернется за одну секунду?



Вид на Землю из космоса

21 Составь выражение для вычисления периметра равнобедренного треугольника, если:

а) основание длиной a сантиметров в два раза меньше боковой стороны;

б) боковая сторона длиной b на 3 см меньше основания.

22 В треугольнике ABC $AB = BC = 10$ см. Проведенный через серединную точку E боковой стороны AB перпендикуляр пересекает основание треугольника в точке K. Точка K соединена с точкой B. Найди основание AC, если периметр треугольника BKC равен 26 см.

23 В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 20$ см. Проведенный из точки середины стороны AB перпендикуляр пересекает сторону BC в точке N. Точка N соединена с точкой A. Периметр треугольника ANC составляет 28 см. Найди длину стороны AC.

Реши, составив уравнение

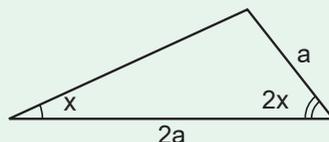
24 Найди значения углов треугольника, если они относятся друг другу как 1: 2: 3.

25 Величина угла, при основании равнобедренного треугольника равна $\frac{3}{4}$ угла, при вершине. Вычисли углы треугольника.

26 В $\triangle PRS$ $\angle P = 84^\circ$, а угол R в четыре раза меньше внешнего угла при вершине S. Вычисли остальные углы треугольника.

27 Точка M лежит на стороне BC $\triangle ABC$. Вычисли:
 а) $\angle BAM$, если он вдвое меньше $\angle CAM$, а $\angle BAC = 84^\circ$;
 б) BM , если он на 5 см меньше MC , а $BK = 18$ см.

28 Вычисли углы треугольника в соответствии с чертежом.

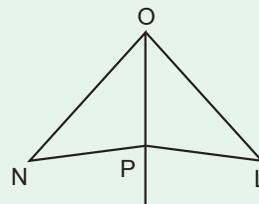


29 Из точки A, взятой вне круга с центром O, проведены две перпендикулярные друг другу касательные AB и AC. Радиус $OB = 7$ см. Вычисли площадь четырехугольника ABOC.

Докажи

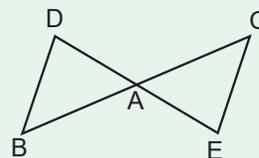
30 Луч OP, приведенный на чертеже, является биссектрисой $\angle NOL$. Докажи, что $\triangle NOP = \triangle LOP$, если:

а) $ON = OL$; б) $\angle NPO = \angle LPO$.



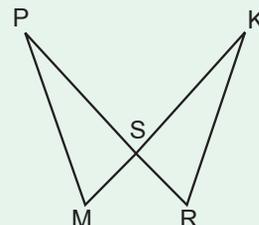
31 Отрезки BC и DE пересекаются в точке A. Докажи, что $\triangle ABD = \triangle ACE$, если:

а) точка A представляет точку середины каждого отрезка;
 б) точка A является точкой середины отрезка BC и $\angle B = \angle C$.



32 Отрезки PR и MK пересекаются в точке S. Докажи, что $\triangle SPM = \triangle SKR$,

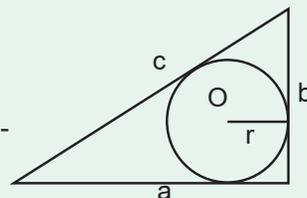
а) если известно, что $MS = SR$ и $\angle M = \angle R$;
 б) если известно, что $\angle M = \angle R$ и $PS = SK$.



33 Докажи, что если длина медианы какой-либо стороны треугольника равна половине длины этой стороны, то этот треугольник является прямоугольным.

34 Докажи, что длина медианы каждой стороны треугольника меньше среднего арифметического длин двух других сторон.

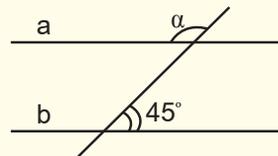
35 Докажи равенство: $r = \frac{a+b-c}{2}$,
где a и b - катеты прямоугольного треугольника, c - гипотенуза, а r - радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



Тест №2

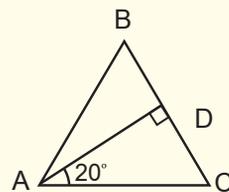
- 1 Внутри отрезка AB взяты точки N и D . $AN = 7$ см, $BD = 9$ см, $AB = 10$ см. Чему равна длина DN ?
а) 5 см; б) 1 см; в) 6 см; г) 2 см
- 2 Если $AB = 7,5$ см, $AC = 4,3$ см и $BC = 11,8$ см, то:
а) точка C принадлежит отрезку AB ;
б) точка C конец отрезка AB ;
в) точка A принадлежит отрезку BC ;
г) точка B принадлежит отрезку AC .
- 3 Если $MN = 8,5$ см, $NK = 4,7$ см и $KM = 12,2$ см, то:
а) точка N принадлежит отрезку MK ;
б) точки M , N и K не лежат на одной прямой;
в) точка K является внутренней точкой отрезка MN ;
г) точка M принадлежит отрезку NK .
- 4 Радиусы окружностей с центрами O_1 и O_2 составляют 7 см и 10 см соответственно. Чему равно расстояние между точками пересечения этих окружностей с отрезком O_1O_2 , если $O_1O_2 = 20$ см?
а) 17 см; б) 2 см; в) 5 см; г) 3 см
- 5 Если один из углов, полученных при пересечении двух прямых, в два раза больше другого, то размер большего из этих углов:
а) 120° ; б) 90° ; в) 60° ; г) 80° .
- 6 Если один из смежных углов на 30° больше другого, то величина большего из них:
а) 150° ; б) 105° ; в) 100° ; г) 195° .
- 7 Чему равен угол между двумя хордами, проведенными из одной точки окружности и равными радиусу?
а) 30° ; б) 120° ; в) 90° ; г) 60° .

- 8 а и b - параллельные прямые. Чему равна величина угла α согласно чертежу?
 а) 95° ; б) 145° ; в) 135° ; г) 90° .



- 9 Если длина одной стороны треугольника 3 см, длина второй - 4 см, а периметр - 12 см, то длина третьей стороны:
 а) 4 см; б) 7 см; в) 15 см; г) 5 см.

- 10 В треугольнике ABC $AB=BC$, на боковую сторону опущена AD высота. Чему равна величина $\angle B$?
 а) 30° ; б) 60° ; в) 40° ; г) 45°



- 11 Если расстояние от точки M до точки N составляет 5 см, а от точки N до точки A - 8 см, то что невозможно?
 а) $AM = 13$ см; б) $AM = 3$ см; в) $AM = 20$ см; г) $AM = 0,7$ дм.

- 12 В треугольнике ABC $AB = 13$ см, $BC = 4$ см. Какое равенство возможно?
 а) $AC = 2$ см; б) $AC = 12$ см; в) $AC = 9$ см; г) $AC = 22$ см.

- 13 Угол какой величины образуют касательная окружности и диаметр, проведенный в точке касания?
 а) 90° ; б) 60° ; в) 120° ; г) 180°

- 14 Если в $\triangle ABC$ $\angle A = 92^\circ$, $\angle B = 58^\circ$, тогда $\angle C =$
 а) 40° ; б) 30° ; в) 92° ; г) 150°

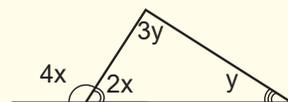
- 15 Если один острый угол в прямоугольном треугольнике равен 32° , то величина другого острого угла будет:
 а) 64° ; б) 68° ; в) 58° ; г) 90° .

- 16 Если один угол при основании равнобедренного треугольника равен 40° , то величина угла при вершине равна:
 а) 30° ; б) 60° ; в) 90° ; г) 100° .

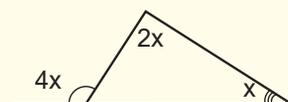
- 17 Если угол при вершине равнобедренного треугольника равен 30° , то величина угла, при основании, составляет:
 а) 150° ; б) 60° ; в) 75° ; г) 30°

- 18 Внешний угол равнобедренного треугольника равен:
 а) 60° ; б) 100° ; в) 120° ; г) 30°

- 19 Согласно приведенному чертежу $y =$
 а) 30° ; б) 60° ; в) 15° ; г) 45°

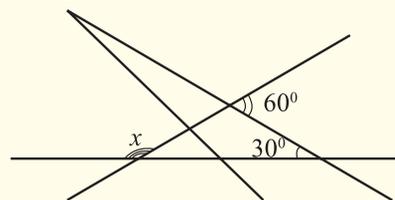


- 20 Какого типа треугольник указан на рисунке?
 а) тупоугольный; б) остроугольный;
 в) прямоугольный; г) такого треугольника не существует.



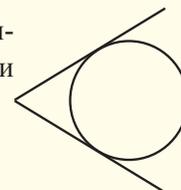
- 21 Величина двух углов, полученных при пересечении четырех прямых, приведена на рисунке. Вычисли величину угла x .

а) 130° ; б) 150° ; в) 105° ; г) 145° .



- 22 Расстояние от центра окружности, вписанной в угол 60° , до вершины угла, равно 4,2 см. Вычисли расстояние от центра окружности до стороны угла.

а) 8,4 см; б) 6,3 см; в) 2,1 см; г) 3,2 см.



- 23 Высота, опущенная к гипотенузе прямоугольного равнобедренного треугольника, равна 8,5 см. Вычисли длину гипотенузы.

а) 17 см; б) 12,6 см; в) 4,2 см; г) 6,4 см.

- 24 Даны треугольники ABC и MNK, где: $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$, $AB = MN$. Какое из следующих равенств является правильным?

а) $AC = MK$; б) $BC = NM$; в) $AC = NK$; г) $AK = NB$.

- 25 Даны треугольники ABC и MNK, в которых: $AB = MN$; $BC = NK$; $AC = MK$. Какое из следующих равенств является правильным?

а) $\angle A = \angle K$; б) $\angle B = \angle M$; в) $\angle C = \angle N$; г) $\angle N = \angle B$.

Это интересно!

Геометрические фигуры в архитектуре

Человек строит здания с древних времен. Он всегда старался сделать эти постройки не только долговечными и удобными, но и красивыми. Поэтому проектирование и строительство зданий наряду с мастерством - это тоже искусство. Это искусство называется архитектурой.

Архитекторы всегда чувствовали красоту геометрических фигур и старались использовать их в зданиях. Ниже мы приводим несколько примеров использования геометрических фигур в архитектурных шедеврах.

Одно из самых впечатляющих зданий, созданных человечеством, - египетские пирамиды - повторяют форму одноименного геометрического тела. Эти гигантские здания, которые являются могилами египетских фараонов, выполнены с удивительной точностью. Высота самой большой из них - пирамиды Хуфу (Хеопса) составляет 146,7 метра, а основание представляет собой квадрат с длиной стороны около 230,35 метра. Кроме того, разница между длинами сторон не превышает 20 см!



Египетские пирамиды



Ступенчатая пирамида

Такая точность тем более удивительна, учитывая, что древние египтяне использовали только самые простые измерительные инструменты в строительстве.

Как правило, здания в форме пирамиды часто встречаются среди архитектурных творений разных народов. На этой фотографии изображена ступенчатая пирамида, построенная племенем американских индейцев Майя.

Примером использования пирамиды в современной архитектуре является стеклянная пирамида в Париже перед Лувром.

В учебнике истории ты уже видел изображение одного из самых красивых творений античных времен - Афинского храма - Парфенона. Построенное в 447 году до нашей эры архитекторами Иктином и Каликратом и скульптором Фидием, это здание своим совершенством поразило мир того времени. Сегодняшние руины, конечно, не в полной мере отражают красоту этого шедевра архитектуры.

В древней Греции считалось, что геометрия является одним из источников красоты, а геометрические фигуры - совершенными образцами красоты. Вот что написал один из величайших философов того времени Платон:

«Я понимаю красоту не как красоту живых существ, а как красоту тел, поверхности которых создаются циркулем и линейкой, потому что первые только иногда красивы, а вторые - всегда».

Строители Парфенона полностью осуществили эту точку зрения древнегреческих мыслителей в своем творении. Парфенон построен с использованием простых геометрических форм. Его основание представляет собой прямоугольник. Треугольная крыша в виде призмы опирается на цилиндрические колонны. Интересно, что в размерах Парфенона есть определенная закономерность. В частности, соотношение длины: ширины: высоты этого здания - 81:36:16.



Парфенон

Геометрические формы часто используются и в объектах бытового назначения. Хотя в этом случае их использование обычно продиктовано необходимостью, они все же придают красоту зданию.



Римский акведук (50 г. до н.э.)

На этой фотографии изображен римский акведук, по которому вода поступала в населенные пункты. Водный сток опирается на колонны прямоугольной формы в форме параллелепипеда и арки в форме дуги окружности.

Геометрические формы также широко используются при строительстве современных мостов. На следующем фото изображен Паско-Кеневикский мост. Его длина составляет

2503 фута. Проезжая часть моста крепится на опорных стойках с помощью стальных тросов. Эти типы мостов называют подвесными мостами.

Изображенное на фотографии здание примечательно тем, что оно целиком состоит из одного типа геометрического тела - восьмиугольных призм. Это замок Кастель дель Монте (по-итальянски «горный замок»), построенный в 13 веке на юге Италии. Восьмиугольник, который заложен в основу плана этого здания, в средневековье был промежуточным символом между символом земли - квадратом и символом неба - кругом.

В распоряжении современных архитекторов новые типы материалов и методы строительства, что позволяет им реализовывать самые фантастические проекты. Примером этого является Ла гранд Арш («большая арка»), построенная в 1990 году в Париже.



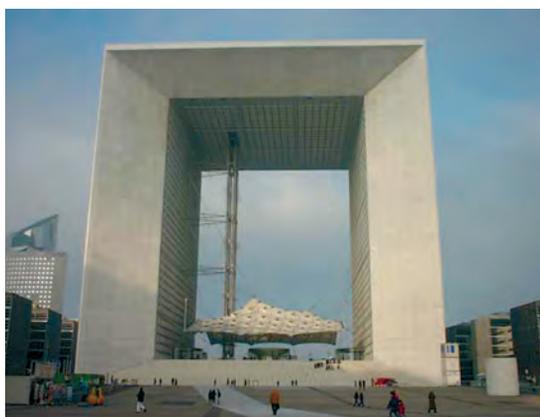
Кастель дель Монте

Мы лишь кратко коснулись использования геометрии в архитектуре и привели наиболее типичные примеры. На самом деле, практически каждое здание имеет ту или иную геометрическую форму. Попробайся выявить и определить их, и тебе станет понятнее задумка архитектора.



Мост Паско-Кеневик. 1980 г.

Это гигантское сооружение имеет почти кубическую форму (длина 112 м, ширина - 108 м, высота 110 м). Здание специально наклонено с каждой стороны на $6,33^\circ$. С помощью этого здания архитектор Иоганн Отто фон Шпрекельсен попытался выразить, как выглядит план фантастической геометрической фигуры - гиперкуба - в нашем мире.



Ла Гранд Арш

Ответь на вопросы:

1. Сколько гектаров площади занимает основание Пирамиды Хеопса?
2. Сколько этажей высота Пирамиды Хеопса, если высота каждого этажа составляет 3 метра?
3. На всех четырех сторонах ступенчатой пирамиды есть лестница (вы можете увидеть одну из них на фотографии, стр. 141). Каждая лестница состоит из 91 ступенек. Объясни, почему именно это количество ступенек на лестнице. Обрати внимание, что индейцы племени Майя считали платформу на вершине пирамиды еще одной ступенькой.
4. Чему равна длина и ширина Парфенона, если его высота составляет 13,72 м?
5. Какое общее свойство характеризуют числа, описывающие соотношение размеров Парфенона.
6. Какие геометрические фигуры использованы в конструкции моста Паско-Кеневик?
7. Длина моста Паско-Кеневик указана в футах. Сколько метров составляет его длина?

Образцы грузинского зодчества и архитектуры

Каурмский мост

Одним из самых замечательных памятников грузинского зодчества является каменный мост через реку Паравани. Он датируется XII-XIV веками.



Гелатский монастырский комплекс

В 1106 году возле Кутаиси, в ущелье Цкалцитела царь Давид Строитель построил Гелатский монастырь и основал академию, которую современники называли «Новый Иерусалим и Вторые Афины».

- а) Какие геометрические фигуры в зданиях ты видишь?
- б) Сколько веков комплексу Гелати? Каурмскому мосту?



Ответы

Глава 1

- 1.1** 3. {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19}. 5. а). 6. б), в). 7. Конечные: а), в), е). 8. Конечные: в) и е). 12. а), г), д), ж), з). 15. в). 16. б). 17. 1) б), 2) г), 3) а). 18. а) 28, б) 10, в) 9, г) 3. 19. в). 20. а), 21. в). 23. б) и г). 24. а) $\frac{31}{32}$; б) $1\frac{10}{13}$; в) $\frac{19}{25}$; г) $N\frac{1}{16}$; д) $2\frac{4}{9}$; е) $42\frac{1}{11}$; ж) $2\frac{5}{6}$; з) 2. 26. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$. 29. Натия. 30. Гиги. 32. Химию.
- 1.2** $A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 13\}$, $A \cap B = \{5; 13\}$. 3. Объединение - множество натуральных чисел N , пересечение - пустое множество. 4. Числа, кратные 6. 5. Числа, кратные 15. Объединение - множество чисел, кратных 3, пересечение - кратных 6. 7. из одного. 8. 90, 60. 9. 6. 10. 11. 6. 12. а) объединение E , пересечение F . б) объединение F , пересечение E . 14. а) Множество семиклассников, б) множество мальчиков-отличников, в) множество девочек-отличниц, г) \emptyset ; 15. а) все мальчики - отличники, б) все отличники - мальчики, в) все девочки - отличницы, г) все отличники-девочки, д) все девочки и только девочки являются отличницами. 16. а) $A \subset C$; б) $C \subset A$; в) $AB \subset C$; г) $BC = \emptyset$. 17. $\frac{13}{3}$, $\frac{9}{7}$, $2\frac{1}{2}$, $\frac{23}{7}$. 18. $\frac{9}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{16}$. 19. 3. 20. 2. 22. $1\frac{3}{10}$ тонн. 23. а) $4\frac{3}{5}$ м; б) $5\frac{3}{4}$ м. 24. $\frac{7}{3}$. 25. $\frac{13}{9} + 3 = 4\frac{4}{9}$.
- 1.3** 1. а) $+18^\circ$; б) -4° ; в) $+16^\circ$; г) -8° . 2. -8 см. 3. а) $+10000$; б) -300 ; в) $+50$; г) -80 ; д) $+1900$; е) -850 ; ж) -3 ; з) $+2$. 4. -2210м, $+5090$ м. 5. а) $+23^\circ$; б) -2° ; в) $+35^\circ$; г) -9° . 6. а) $+8848$ м; б) -11022 м; в) -15120 м; г) $+5640$ м. 7. а) $+20$; -35 ; б) -15 . 8. б) Не получил. 11. $5\frac{2}{5}$ лари. 12. 336 лари. 13. 37,5 м. 14. 5,5 лари. 17. 69 км/ч. 18. а) 256 км; б) 2 часа 37 минут. 19. Достаточно.
- 1.4** 9. а) А; б) Е. 10. а) -7; б) 3. 11. а) 4; б) -3; в) 3,5; г) 1,5. 12. а) 0; б) -6; в) 6. 13. а) 4, б) -8, в) $4\frac{2}{3}$; г) $5\frac{1}{3}$. 14. $1\frac{1}{2}$ - литровая, 4 лари. 16. а) 65; б) $\frac{26}{105}$; в) 81; г) 3; д) 1,5; е) 1.
- 1.5** 3. $-a = 8$; -32. 5. а) 10; б) 22. 12. а) 18; б) 9; в) 18; г) 0. 13. а) -3, -2, -1, 0; б) -7, -6; в) -2, -1; г) 1, 2, 3, 4, 5. 14. -6 и -5, 6 и 7, 0 и 1, -1 и 0, 0 и 1, 69 и 70. 19. -100, -8, -5, 2, 6, 50. 20. 61, 12, 10, -10, -15, -38, -45. 21. б). 22. а) больше, б) больше, в) меньше; 23. а). 24. в). 25. в). 26. г) и д). 28. 13 и -3. 29. 0 и 2. 32. а) 1,01; б) 3,65; в) 0,25. 34. 5,033 км.
- 1.6** 1. а) 23; б) 68; в) 12,58; г) $-\frac{6}{19}$. 2. а) $|104| > |-61|$; б) $|- \frac{5}{7}| > 0$; в) $|-3\frac{3}{4}| > |-2|$; г) $|-1200| < |-6|$. 3. а) 38; б) 729; в) 9; г) 78. 4. а) $|5| + |12| = |5+12|$; б) $|-16+0| > |-16+0|$; 5. а) -9,9 и 9,9; б) -0,1 и 0,1; в) -12 и 12. 6. г). 7. а) -25, -34, -42, -84; б) 0, +6, -12, 21, -52. 8. а) -514, -104, -64, -20, -2; б) -102, +94, 85, -63, 0. 9. а) $a = \pm 9$; б) $a = 0$; в) $a = 0$. 10. а) $a = \pm 6$; б) не существует. 11. а), б), в) $|a| > |b|$, г) $|b| > |a|$. 13. а) 5; б) 9; в) 6. 15. -5. 16. -12 и 2. 17. а) $a \leq 0$, б) $a = 0$. 18. а) нет, б) да; 19. а) III; б) I; в) IV; г) II. 20. 15,45 т. 21. 2 кг. 22. 7,5 мин. 23. 10,8 кг. 24. 52,5 г.
- 1.7** 1. а) и в) положительные; б) и г) отрицательные. 2. а) $50 + 3000$; б) $0 + (-3000)$; в) $-50 + (-4000)$. 3. а) больше; б) меньше. 6. а) +6; б) +4; в) -6; г) -4; д) -5; е) -7; ж) 4; з) +10; и) -12. 9. а) -55; б) -243; в) 3110500. 10. а) -123; б) 123; в) 123. 11. а) -45; б) 36; в) -0,7. 17. к 200. 18. 0. 19. а) 6; б) 8. 21. 0. 22. 7. 23. 2. 24. а) 700, 0, -50; б) 650 лари. 25. а) 130; б) 130; в) 80; г) 130. 26. $(t-7)^\circ$. 28. 36 мин. 29. 118° .
- 1.8** 2. а) $-2\frac{12}{77}$; б) $-16\frac{37}{75}$. 4. а) уменьшится на 6; б) увеличится на 3; в) увеличится на 8; г) уменьшится на 10. 5. а) 8; б) 2; в) 12. 9. а) разница больше; б) уменьшаемое больше. 10. а)

- на $32 - 6^\circ$; б) на $+11^\circ$; в) на $+5^\circ$. **11.** а) $-7 - 8 < 12 - 24$; б) $25 - 25 < 2 - (-6)$; в) $32 - 25 > 0 - 14$; г) $-3 - 18 > -45 + (-5)$. **13.** а) 2; б) 11; в) 0,5; г) 4,7. **14.** а) $x = -12$; б) $x = -13$; в) $x = 1$; г) $x = 1,1$. **15.** а), б), г) да; в) нет **18.** а) 0; б) 801. **19.** В (-1,2), В (3,6); **20.** В 9 раз. **21.** а) координаты уменьшены на 3; б) справа от 1,5 все точки такие; в) 1,5. **24.** а) 64,2 лари; б) 59,92 лари. **25.** 11 лари. **26.** а) 61,2 км; б) 91,8 км; в) 6,8 км. **27.** 1,8 км. **28.** а) 4,9 см; б) 1,5 см². **29.** 0,69 кг. **30.** 0,4 кг ячменя и 9,1 кг сена.
- 1.9** 1. а), г), д) отрицательное; б), в), е) положительное. 2. а) и б) отрицательный; в) положительный. **5.** а) $x = -10$, $x = -49$, $x = -18$; б) $x = -3,6$, $x = 5$, $x = -1,61$; в) $x = -2$, $x = 26,5$, $x = 2,5$; г) $x = \dots$, $x = -0,08$, $x = 2$. **8.** а) -42,6; б) -27,36, в) $-2\frac{6}{47}$, г) 115,1; д) 5,04; е) -0,4; ж) 115,1; з) -36,72; и) -1,4. **10.** а) на +7 см; б) на -15 см. **11.** а) поднимется на 36 мм; б) упадет на 45 мм. **12.** На -8° . **14.** а) 2; б) 2,5. **16.** а) -15 см; б) -21 см. **17.** а) $x = \frac{1}{12}$; б) $\exists x = 3\frac{3}{4}$; в) $x = -2,9$; г) $x = 52,5$. **18.** а) уменьшаемое; б) вычитаемое. **19.** а) уменьшаемое; б) вычитаемое. **20.** равны. **22.** 12,9 км. **23.** 2 км. **24.** 25,2 км. **25.** 192,5 км.
- 1.10** 1. а) 3,3; б) 0,25; в) 0; г) 2; д) -5; е) 10; ж) 10,5; з), и), к), л), н), о) 0; м) -1. **2.** а) $\frac{119}{120}$; б) 6; в) 1; г) 37,1; д) 60; е) $\frac{5}{9}$; ж) $\frac{13}{66}$; з) $1\frac{1}{4}$; и) 2; к) 15; л) 0; м) 10; н) 0,1; о) -1; п) 0, р) 0. **3.** $2 \cdot 0,6 + 3 \cdot 1,4 = 5$. **4.** $\approx 2,5; 1\frac{2}{3} \cdot 1200 = 1800$. **5.** $2\frac{3}{5} + 2\frac{3}{5} : 1,3 = 4,6$. **8.** а) 354051; б) 354951. **9.** $15 \cdot 29 = 435$; **11.** а) 0,34; б) 2,13; в) 0,61; г) **19.** 1. 12. -3,5; -0,7; 0,21; 1,01. **13.** а) $0,25 < 1,44$; б) $4,41 < 9$; в) $16 < 25$. **Ну-ка, попробуй!** а) 7; б) 5.
- 1.11** 1. а) 10,65; б) 9,048; в) 17,37; г) 0,0126; д) 30,74; е) 984; ж) 0,583; з) 14,3; и) 552; к) 23,4. **2.** а) 146; б) 57,242; в) 113,75; г) 33,432; д) 3,24642857; е) 0,298913; ж) 0,015; з) 0,17. **3.** а) 26; б) 4,05; в) 15,5; г) 107,712; д) 28,25. **4.** вычесь 10,1. **5.** а) умножить на 10; б) разделить на 10. **6.** вычесь 100,08. **7.** Сначала нужно выполнить умножение. **8.** а) $0,5 - 3,2 \cdot 1,5$; б) $3,5 - (7 + 2,4) \cdot 4$. **9.** а) неверно; б), в), г) верно. **11.** 4104. **12.** 12. **13.** Для любого натурального n . **Ну-ка, попробуй!** Проведем 3 прямые, параллельные одной стороне, и 4 прямые, параллельные второй стороне.

Обзор Главы 1

1. $A \cup B = \{0; -1; 2; -3; 4; -2; -4\}$, $A \cap B = \{0; 2; 4\}$. 2. г) 15. $16 = 4 \cdot 4 = (-4) \cdot (-4)$. 16. а) положительное, б), в) отрицательное. 18. а) 46; б) $n(A) = 18$, $n(B) = 10$, $n(A \cup B) = 2$, $n(A \cap B) = 26$. 20. Сумма -15, произведение -0. 22. а) 0,1 часть; б) 0,75 часть.

Глава 2

- 2.1** 4. 27. 9. в). **13.** 1, 4 или 6 прямых. **14.** 10, нет. **15.** 7. **17.** а) 110 мм; б) 23 мм; в) 40 мм; г) 1125 мм. **18.** а) 13 см; б) 37 см; в) 23 см; г) 35275 см **19.** а) 14 см; б) 4 м; в) 0,9 м; г) равно. **20.** а) и в) нет; б) да. **21.** $\{3; 4; 6\}$, $\{3,10,11\}$, $\{4,10,11\}$, $\{6,10,11\}$.
- 2.2** 7. 12 см, 9 см. **8.** 3,6 см **9.** 9 см **10.** 1 см **11.** 1 см **12.** 2,2 см **13.** 0,59 м **14.** а) и в) нет; б) да. **15.** а) да; б) нет; в) нет **16.** а) да; б) и в) нет. **17.** а) нет; б) и в) да. **20.** а), б) и в) нет; г) да. **21.** 2 м **22.** 180° . **23.** 70° . **26.** а) 180° ; б) 90° ; в) 30° . **Возможно ли это?** а) и б) невозможно; в) возможно.
- 2.3** 1. а) 25° ; б) 20° ; в) 18° . **2.** 80° или 24° . **3.** 60° или 120° . **4.** 70° или **5.** а) 80° ; б) 90° ; в) 110° ; г)

135°; д) 60°. **6.** 80°, 100°. **7.** 60°. **8.** 90°. **9.** 150°. **10.** 180°, 30°, 360°. **11.** 30°, 15°, 0,5°. **12.** 10 мин. **13.** 1 ч; **14.** а), б), г), д) нет; в) и е) да. **15.** а) нет; б) и в) да; **16.** 68°, 112°, 68°. **17.** 90°; **18.** а) 75°; б) 60°. **19.** 90°. **20.** 135°; 22,5°. **21.** а) 30°; б) 60°; в) 165°. **22.** 60 см²; **24.** а) 16; б) 6,7; в) $-2\frac{1}{5}$; г) 0; д) 0; е) 0.

- 2.4** **1.** Нет. **3.** 2,4 см. **4.** 4,5 см. **5.** 142°, 106°, 112°. **6.** 50°. **8.** 5 см **11.** а) 3; б) 4. **12.** а) 5; б) 6. **13.** 20 дм. **15.** 1,25 см **16.** Нельзя. **17.** n -3. **19.** Нет. **20.** Нет.
- 2.5** **1.** 12,8 см. **2.** 4 см **3.** 60°. **4.** 45°. **5.** 114°. **6.** В точке С. **9.** 56 дм. **11.** 6 см **12.** 5°. **14.** а) 60°; б) 150°; в) 45°.
- 2.6** **8.** 9 см **9.** 7,2 дм.
- 2.7** **5.** 37°, 143°; **6.** 65°, 65°. **7.** 125°, 55°. **8.** Нельзя. **9.** 130°, 50°. **10.** $\angle A = 135^\circ$, $\angle B = 127^\circ$, $\angle C = 53^\circ$, $\angle D = 45^\circ$. **11.** 76°, 67°. **12.** Нет.
- 2.8** **4.** 40°. **5.** а) 30°, 60°, 90°; б) 36°, 54°, 90°. **6.** 20°, 70°, 90°. **7.** 135°. **8.** а) 55°; б) 55°. **9.** 45°, 45°. **10.** 100°, 115°, 145°. **13.** 45°, 135°. **14.** 40°, 50°. **15.** 20°. **16.** а) 70°; б) 15°; в) $\frac{180-\alpha}{2}$. **17.** 50°. **19.** 10°; **20.** в). **21.** ANB. **22.** Второй.
- 2.9** **1.** Нет. **3.** Возможно. **4.** 50°. **12.** 19 см или 20 см. **13.** 19 м **14.** 12 см или 8 см. **15.** 11 см или 15 см. **16.** 3 см **19.** 36°, 72°, 72°. **20.** 50°, 50°, 80°; **21.** 65°, 65°, 50°. **22.** 30°, 60°. **23.** 90°, 135°, 135°. **25.** 45°. **26.** а) 60°, 60°, 60°; б) 140°, 20°, 20°; в) 90°, 45°, 45°. **27.** 2. **28.** 32°. **29.** а) 50°; б) 120°; в) 10 см; г) не может. **30.** 72°, 72°, 36°. **31.** $\frac{360}{7}$, $\frac{360}{7}$, $\frac{540}{7}$. **35.** 320. **36.** не соответствовала. **37.** 1440 лари.
- 2.10** **6.** 3 см. **7.** 45°. **8.** 9 дм. **9.** 8 см **10.** 12 см, 45°, 90°. **11.** 12 см **12.** 11 см **13.** 56°. **14.** 44 см **15.** 2 см, 5 см, 5 см; 3 см, 4 см, 5 см; 4 см, 4 см, 4 см. **18.** 60 км.
- 2.11** **1.** а), б), в) Ни одно из условий не является достаточным. **2.** АВ = 10 см. **4.** $\angle E = 41^\circ$ или $\angle F = 92^\circ$. **5.** $\triangle ABD = \triangle CBM$, $\triangle ABM = \triangle CBD$. **7.** 40 см². **8.** 10 см, 12 см. **10.** а) нет; б) да.
- 2.12** **4.** 130°. **6.** 37°. **7.** 85°. **9.** 156°.
- 2.13** **8.** 21 дм. **11.** На 1 см. **12.** 5 см **13.** 7 см **16.** 24 см **19.** 4 см **22.** 90 см **23.** б). 25. 47°. **26.** 12 дм. Ну-ка, попробуй! 1: 2.
- 2.14** **2.** а) нет; б) да. **3.** а) да; б) нет **10.** г) **11.** 30°. **12.** 156.
- 2.15** **1.** 9 дм. **2.** 3 см **3.** 9 см, 29 см. **4.** 1 см, 19 см. **5.** 90°. **6.** 75°; **7.** 100°; **8.** 5 см. **9.** 20 см. **10.** 60°. **11.** 120°. **12.** 14 см, 10 см. **13.** 20°. **14.** 30°. **16.** 15,8 см. **20.** 3 см. Ну-ка, попробуй! 1. 90°; 2. 40 дней; 3. Нет.
- 2.16** **3.** Да. **4.** В серединной точке гипотенузы. **8.** Центр вписанной окружности. **12.** 36 км/ч. **13.** Через 2 часа.

Обзор Главы 2

1. 5 см, 1 см. **2.** 36 см, не может. **3.** 85°. **4.** 60°. **5.** 8 см **6.** 35° или 15°. **8.** а) На 12 см, б) в 2 раза. **9.** На 3 дм. **10.** 90°, 19°. **11.** Прямоугольный. **13.** 45°. **15.** 62°. **16.** 60°. **17.** В 2 и в 100 точках - да, в 101 точке - нет. **18.** 60° или 0°. **20.** г) 15 угловых сек. **21.** а) 5а, б) 3b + 3. **22.** 16 см **23.** 8 см **24.** 30°, 60°, 90°. **25.** 54°, 54°, 72°. **26.** 28°, 68°. **27.** а) 28°; б) 6,5 см. **28.** 30°, 60°, 90°. **29.** 49 см².

Толковый словарь

Абсцисса - координата точки, в частности, является первой координатой Декарта и обозначается буквой x . (Введена немецким ученым Лейбницем в 1665 г.)

Алгоритм - последовательность действий, необходимых для достижения той или иной цели.

Арифметика - наука, которая изучает числа и действия над ними.

Арифметическая прогрессия - последовательность чисел, каждый член которой, начиная со второго, получается от предыдущего члена путем добавления одного и того же числа - разности прогрессии.

Биссектриса - проведенный из вершины угла луч, который делит его пополам.

Биссектриса (треугольника) - отрезок биссектрисы от вершины одного из углов треугольника до пересечения с противоположащей стороной.

Вертикальные углы - пара углов с общей вершиной, стороны которой являются дополнительными лучами. Вертикальные углы равны.

Взаимное уничтожение - удаление членов одинаковой величины и с противоположными знаками в выражении.

Внешний угол - смежный угол угла многоугольника.

Выпуклая фигура - фигура, которая вместе с каждыми двумя точками содержит и соединяющий их отрезок.

Выражение с переменной - выражение, которое содержит переменную или переменные.

Высота (треугольника) - перпендикулярный отрезок, опущенный из любой вершины треугольника на прямую, содержащую противоположащую сторону.

Геометрическая фигура - множество точек с геометрическими свойствами (форма, размер, положение).

Геометрия - часть математики, которая изучает формы, размеры и взаиморасположение предметов в пространстве («гео» - «земля», «метр» - «измерение»).

Гипотенуза - сторона, противоположащая прямому углу прямоугольного треугольника (термин введен древнегреческим ученым - Евклидом (III век до нашей эры)).

Градус - единица измерения угла.

График - множество, данное на координатной плоскости, которое выражает отношение между переменными.

Делитель - 1. Натуральное число, на которое данное целое число делится без остатка;

2. Компонент действия деления, на который делится делимое.

Диагональ - отрезок, который соединяет не лежащие при одной стороне углы многоугольника.

Длина отрезка - число, показывающее, сколько раз единица длины помещается в данном отрезке.

Доказательство - обсуждение для определения истинности теоремы.

Допустимое значение - числовое значение, которое может принимать переменная, участвующая в выражении.

Запись процента числа - запись, полученная умножением заданного числа на 100, которое обозначается символом «%».

Запись числа в виде десятичной дроби - конечная или бесконечная последовательность чисел, разделенная запятой (или точкой) на две части - целую и дробную.

Значение выражения с переменной - значение числового выражения, полученное путем замены переменных на их допустимое числовое значение.

Калькулятор - вычислительное устройство.

Катет - составляющая сторона прямого угла в прямоугольном треугольнике или противоположащая сторона острого угла в прямоугольном треугольнике.

Квадрат - четырехугольник с равными сторонами и равными углами.

Координаты - числа, определяющие положение точки на числовой прямой и координатной плоскости.

Коэффициент - числовой множитель в выражении с переменной.

Кратное - число, которое делится на данное число без остатка.

Куб - правильный многогранник, имеющий 6 граней, 12 ребер и 8 вершин.

Линейное уравнение - уравнение, содержащее только первую степень неизвестного.

Масштаб - соотношение, показывающее, во сколько раз увеличен или уменьшен по-

гонный размер объекта на изображении.

Медиана - отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой точки его противоположащей стороны.

Минус - 1. Знак, обозначающий арифметическую операцию - вычитание (горизонтальная линия «-»). 2. Символ, обозначающий отрицательное число.

Многоугольник - часть плоскости, ограниченная простой замкнутой ломаной. Составляющие отрезки ломаной - **стороны** многоугольника, а концы сторон - **вершины** многоугольника.

Множество - совокупность каких-либо объектов.

Нечетное число - натуральное число, которое не делится без остатка на 2.

Ордината - вторая координата точки на координатной плоскости; в частности, вторая координата Декарта. Она обозначается буквой y .

Основание (перпендикуляра) - тот конец перпендикуляра к прямой, который лежит на прямой.

Основание (степени) - число, возведенное в степень.

Основные тождества алгебры - пять тождеств, которые описывают свойства сложения и умножения чисел.

- 1) $a + b = b + a$;
- 2) $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- 3) $ab = ba$;
- 4) $(ab)c = a(bc)$;
- 5) $(a + b)c = ac + bc$

Острый угол - угол, величина которого меньше прямого угла.

Отрезок - часть прямой, помещенной между двумя точками.

Параллельные прямые - лежащие в одной плоскости непересекающиеся прямые.

Параллельный перенос - перемещение каждой точки данной фигуры в одном направлении на одинаковое расстояние. Фигура, полученная параллельным переносом, равна данной фигуре.

Переменная - величина, которая может иметь разные значения.

Периметр - сумма длин всех сторон многоугольника.

Перпендикуляр - прямая, луч или отрезок, который с данной прямой образует прямой угол.

Перпендикулярные прямые - прямые,

величина угла между которыми 90° .

Планиметрия - часть геометрии, которая изучает плоские фигуры.

Плоская фигура - фигура, представляющая часть плоскостности.

Плюс - 1. Символ, обозначающий действие сложения; 2. Символ, обозначающий положительное число.

Подобные члены - слагаемые выражения с переменной, которые отличаются только числовыми множителями (коэффициентами).

Последовательность - объекты одного типа, расположенные в определенном порядке, например, фигуры, символы, числа.

Постоянная последовательность - последовательность, в которой все члены равны.

Простое число - натуральное число, имеющее только два делителя.

Противоположное число - число, которое отличается от заданного только знаком.

Процент - сотая часть числа, обозначаемая символом «%».

Прямо пропорциональное отношение - отношение между двумя величинами, когда кратное увеличение (уменьшение) одной величины вызывает такое же кратное увеличение (уменьшение) другой величины. Соотношение прямо пропорциональных значений является постоянным значением. Это соотношение называется **коэффициентом прямой пропорциональности**.

Прямой угол - половина развернутого угла, размер которого 90 градусов.

Равные фигуры - фигуры, которые можно совмещать друг с другом.

Радиус - отрезок, соединяющий точку окружности с центром.

Развернутый угол - угол, объединение сторон которого является прямой. Величина развернутого угла составляет 180 .

Разложение числа на простые множители - представление числа в виде произведения простых чисел.

Расстояние между двумя точками - длина отрезка, соединяющего две точки.

Решение уравнения - числовое значение неизвестной величины, для которой уравнение становится истинным числовым равенством.

Серединный перпендикуляр - перпендикуляр к отрезку, проведенный в середин-

ной точке отрезка.

Смежные углы - углы, у которых одна сторона общая, а две другие – представляют собой прямые. Сумма смежных углов равна 180° .

Составное число - натуральное число с более чем двумя делителями.

Стереометрия - часть геометрии, которая изучает пространственные фигуры.

Теорема - математическое утверждение, истинность которого обосновывают рассуждениями.

Тождество - равенство, которое верно для всех допустимых значений переменных.

Транспортир - прибор для измерения угла.

Тупой угол - угол, величина которого

больше 90° и меньше 180° .

Угол - часть плоскости, ограниченная двумя лучами с общим началом. Лучи называются сторонами угла, а общее начало называется вершиной угла.

Уравнение – равенство с неизвестной величиной.

Формула - отношение между переменными, записанное математическими символами.

Хорда – отрезок, соединяющий две точки окружности.

Четное число - число, кратное 2.

Числовой модуль - противоположное число для отрицательного числа, и само это число для неотрицательного числа.

Предметный поиск

А

Абака - 59
Абсцисса - 123
Алгоритм - 121
Арифметическая прогрессия - 108

Б

Бисектриса (треугольника) - 88

В

Внешний угол - 85
Выпуклый многоугольник – 84
Выражение с переменной - 39
Высота треугольника - 88
Вычитание чисел - 42

Г

Гипотенуза - 100
График - 130

Д

Деление - 48
Диаграмма Венна - 10
Диапазон распределения – 27
Допустимое значение – 39

К

Калькулятор - 56
Касательная - 126
Катет - 100
Координаты – 123
Коэффициент одночлена – 57
Коэффициент пропорциональности - 136

Л

Линейное уравнение - 94

М

Медиана – 88
Многоугольник - 84
Многочлен – 58
Множество - 9
Мода - 27
Модуль числа – 33

Н

Неравенство треугольника - 76

О

Объединение, пересечение множеств - 16
Одночлен – 57
Ордината – 261

Отрицательные числа - 21

П

Параллельные прямые - 70
Периодическая последовательность - 104
Подмножество - 10
Подобные члены - 58
Положительное число - 21
Последовательность – 103
Постоянная последовательность - 241
Правильный многоугольник - 85
Противоположные числа – 28
Процент - 11
Прямо пропорциональное отношение - 136
Пустое множество - 10

Р

Равнобедренный треугольник - 103
Равные множители - 10
Решение уравнения – 90

С

Серединный перпендикуляр - 92
Сложение - 36
Смежный – 80
Степень - 186
одночлена - 196
многочлена - 198

Т

Тождество - 43

У

Угол вертикальный - 80
Умножение - 47
Уравнение – 90

Ф

Фигура плоская - 70
Фигура пространственная - 70
Формулы сокращенного умножения - 73, 77

Х

Хорда - 126

Ц

Целые числа – 28

Ч

Числовая прямая - 23

Э

Элементы множества – 9

Примечание: Красным цветом указан поиск в части I учебника, а черным - в части II.

В случае выявления фактов продажи этого учебника,
просьба сообщить на горячую линию:

(+995 32) 2 200 220

Контактная информация

www.mat.ge